BI HANDELSHØYSKOLEN

Institutt for Samfunnsøkonomi
Kontinuasjon

Skriftlig eksamen i:	**ELE 37191 Matematikk valgfag**
Eksamensdato:	28.11.2011, 14:00 – 19:00
Tillatte hjelpemidler:	Alle hjelpemidler + Eksamenskalkulator: TEXAS INSTRUMENTS BA II Plus™
Innføringsark:	Ruter
Totalt antall sider:	2

Oppgave 1.

Anta at X og Y er simultant fordelte diskrete stokastiske variable, med sannsynlighetstetthet gitt ved

$$\begin{array}{lll} P(X=1,Y=1)=0.20 & P(X=1,Y=2)=0.20 & P(X=1,Y=3)=0.20 \\ P(X=2,Y=1)=0.25 & P(X=2,Y=2)=0.10 & P(X=2,Y=3)=0.05 \end{array}$$

(a) Regn ut $P(X<Y)$.
(b) Finn forventning og varians for Y.
(c) Finn $\mathrm{Cov}(X,Y)$. Er X og Y uavhengige?

Oppgave 2.

La X og Y være simultant fordelte stokastiske variable, med sannsynlighetstetthet gitt ved

$$f(x,y)=\begin{cases} k(x^2-2xy+y^2) & 0\le x\le 1 \text{ og } 0\le y\le 1 \\ 0 & \text{ellers} \end{cases}$$

for en positiv konstant $k>0$.

(a) Finn $f_X(x)$ når $0\le x\le 1$, og bruk dette til å bestemme k.
(b) Finn $F(a,b)=P(X\le a, Y\le b)$ når $0\le a\le 1$ og $0\le b\le 1$.
(c) Regn ut $E[X]$ og $\mathrm{Var}[X]$.
(d) Regn ut $E[XY]$ og $\mathrm{Cov}(X,Y)$.
(e) Regn ut $P(X\ge 1/2, Y\le 1/2)$.

Oppgave 3.

Vi betrakter vektorene $\mathbf{v}_1,\mathbf{v}_2,\mathbf{v}_3,\mathbf{v}_4$ gitt ved

$$\mathbf{v}_1=\begin{pmatrix}1\\0\\3\end{pmatrix},\quad \mathbf{v}_2=\begin{pmatrix}0\\1\\-1\end{pmatrix},\quad \mathbf{v}_3=\begin{pmatrix}-2\\1\\7\end{pmatrix},\quad \mathbf{v}_4=\begin{pmatrix}-2\\4\\3\end{pmatrix}$$

(a) Er vektorene $\{\mathbf{v}_1,\mathbf{v}_2,\mathbf{v}_3,\mathbf{v}_4\}$ lineært uavhengige? Begrunn svaret.
(b) Finn tre lineært uavhengige vektorer blant vektorene $\{\mathbf{v}_1,\mathbf{v}_2,\mathbf{v}_3,\mathbf{v}_4\}$.

Oppgave 4.

Vi betrakter matrisen A gitt ved

$$A = \begin{pmatrix} 4 & -1 & 6 \\ 2 & 1 & 6 \\ 2 & -1 & 8 \end{pmatrix}$$

(a) Vis at $\lambda = 2$ er en egenverdi for A.
(b) Finn alle egenverdiene til A. Bruk dette til å finne $\det(A)$.

Oppgave 5.

Finn den generelle løsningen til følgende differensiallikninger:

(a) $y'' + 8y' + 16y = 32$
(b) $t^2y' + 2ty = te^{-t}$

Oppgave 6.

Vi betrakter variasjonsproblemet

$$\min \int_0^{25} (8y^2 + 625\dot{y}^2)e^{-0.08t}\,\mathrm{d}t \quad \text{når} \quad y(0) = 1,\ y(25) = e^4$$

(a) Vis at Euler-likningen for variasjonsproblemet kan skrives på formen $\ddot{y} - 0.08\dot{y} - 0.0128y = 0$.
(b) Løs variasjonsproblemet. Hva er den minimale verdien av integralet?