

Oppgave 7. Eksamen 07.06.04 Oppgave 3.

(a) Anta at levetiden X for en komponent av type A har en sannsynlighetstetthet gitt ved:

$$f(x) = \begin{cases} 1 - 0.5x, & 0 \leq x \leq 2 \\ 0 & \text{ellers} \end{cases}$$

Beregn $F(a) = P(X \leq a)$. Hva er sannsynligheten for at komponenten har en levetid mindre eller lik 1? Hva er den forventede levetiden, $E(X)$?

(b) Fra to komponenter av type A lages en komponent av type B . Komponent B virker dersom minst en av de to komponentene av type A virker. Dersom ingen av de to komponentene av type A virker vil ikke komponent B virke.

Levetiden Y for komponent B vil derfor være maksimum av levetidene X_1 og X_2 for de to komponentene av type A . Regn med at X_1 og X_2 er uavhengige. Hva er sannsynligheten for at begge komponentene av type A har en levetid mindre enn 1?

(c) La $F_B(x) = P(Y \leq x)$ være sannsynligheten for at en komponent av type B skal ha en levetid mindre eller lik x . Forklar hvorfor $F_B(x) = (x - 0.25x^2)^2$

(d) Hva er sannsynlighetstettheten $f_B(x)$ for levetiden for komponent B ? Hva er den forventede levetiden for komponent B ?

(e) Komponent C består også av to komponenter av type A . Komponent C virker hvis og bare hvis begge komponenter av type A virker. Hva er sannsynligheten for at komponent C skal ha en levetid mindre eller lik 1?

Oppgave 8. Beregn følgende dobbeltintegraler.

(a) $\int_0^1 \int_0^2 (x+y) dx dy$

(b) $\int_1^2 \int_0^2 ye^x dx dy$

(c) $\int_1^2 \int_0^2 xy^2 dy dx$

Oppgave 9. Eksamen 02.06.2003, Oppgave 3.

Funksjonen $f(x, y)$ er gitt ved: $f(x, y) = \frac{2x+e^y}{e}$ dersom $0 \leq x \leq 1$, $0 \leq y \leq 1$ og $f(x, y) = 0$ ellers.

(a) Vis at $f(x, y)$ er en sannsynlighetstetthet.

To stokastiske variable X og Y er simultanfordelt med sannsynlighetstetthet $f(x, y)$.

(b) Beregn

$$F(a, b) = \int_{-\infty}^b \left(\int_{-\infty}^a f(x, y) dx \right) dy.$$

Beregn $F(0.5, 0.5)$. Hvordan vil du tolke dette svaret.

(c) Vis at

$$f_x(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) dy = \frac{2x + e - 1}{e}$$

Beregn $E(X)$.

Eksamensoppgavene er laget av Tron Foss.

REFERANSER

[BOST] Bjørnstad, Olsson, Søyland, Tolcsiner, *Matematikk for økonomi og samfunnsfag*, 6. utgave, Høgskoleforlaget AS, (2004).

[BJOE] Bjørnstad, H. *Variasjonsregning - en enkel innføring*

[FMEA] Sydsæter, Hammond, Seierstad, Strøm, *Further mathematics for economic analysis*, Harlow : Prentice Hall/Financial Times, (2005).

[ROSS] Ross, S. M., *Probability models*, 9. edition, Academic Press, (2007)

[OEBY] Øby, E. H., *Differential equations - quick and dirty*