

Oppgaveark 17

OPPGAVE 1

Finn Taylor-polynomet $P_2(x)$ av grad 2 om $x = 0$ til funksjonen

$$f(x) = \frac{x}{x-1} = 1 + \frac{1}{x-1}$$

Tegn grafen til f og P_2 i samme koordinatsystem.

OPPGAVE 2

Finn en polynomfunksjon f av grad 3 slik at $f(0) = 1$, $f'(0) = -1$, $f''(0) = 3$ og $f^{(3)}(0) = f'''(0) = 8$. Finn også Taylorpolynomet til funksjonen $f(x)$ av grad 2 om $x = 0$?

OPPGAVE 3

Finn Taylorpolynomet $P_3(x)$ av grad 3 om $x = 1$ til funksjonen

$$f(x) = \ln(x)$$

og bruk dette til å regne ut en tilnæringsverdi for $\ln(2)$. Hvor stor blir feilen i denne tilnærmingen?

OPPGAVE 4

Finn Taylor-rekken til funksjonen f om $x = 0$ når

$$f(x) = \frac{1}{1+x}$$

For hvilke verdier av x er denne rekken konvergent? Sjekk at rekken konvergerer mot $f(x)$ i disse tilfellene.

OPPGAVE 5

Regn ut Taylor-rekken til eksponentialfunksjonen $f(x) = e^x$ i $x = 0$ og vis at denne funksjonen er analytisk. Hint: For en gitt x , så er f analytisk i x hvis og bare hvis

$$\lim_{n \rightarrow \infty} R_{n+1}(x) = 0$$