

Oppgaveark 2

OPPGAVE 1

Regn ut vektorene $3\mathbf{v}_1$, $-\mathbf{v}_2$ og $3\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2$ når

$$\mathbf{v}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{v}_2 = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix}$$

Skisser også vektorene \mathbf{v}_1 , \mathbf{v}_2 og $3\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2$ i samme koordinatsystem.

OPPGAVE 2

Avgjør i hvert tilfelle om \mathbf{a} er en linærkombinasjon av vektorene \mathbf{a}_1 , \mathbf{a}_2 og \mathbf{a}_3 .

$$1. \mathbf{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{a}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{a}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{a}_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$2. \mathbf{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{a}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{a}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{a}_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$3. \mathbf{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{a}_1 = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{a}_2 = \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ -5 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{a}_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

OPPGAVE 3

Avgjør i hvert tilfelle om vektorene er lineært avhengige eller uavhengige.

$$1. \mathbf{a}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{a}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{a}_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$2. \mathbf{a}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{a}_2 = \begin{pmatrix} -5 \\ -5 \\ 5 \end{pmatrix}$$

$$3. \mathbf{a}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{a}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$4. \mathbf{a}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{a}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{a}_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

OPPGAVE 4

Bestem de verdiene av h slik at vektorene er lineært uavhengige.

$$1. \mathbf{a}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -3 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{a}_2 = \begin{pmatrix} -2 \\ -4 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{a}_3 = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ h \end{pmatrix}$$

$$2. \mathbf{a}_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{a}_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ -5 \\ 7 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{a}_3 = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ h \end{pmatrix}$$

OPPGAVE 5

Skisser i hvert tilfelle vektorene i et koordinatsystem, og avgjør om vektorene er lineært avhengige eller uavhengige.

$$1. \mathbf{a}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{a}_2 = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$2. \mathbf{a}_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{a}_2 = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

OPPGAVE 6

Avgjør hvilke av følgende påstander som er sanne og hvilke som er gale. Begrunn svarene.

1. Hvis kolonnene i en matrise A er lineært uavhengige, så er A inverterbar.
2. Hvis $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2$ og \mathbf{a}_3 er lineært uavhengige, så er \mathbf{a}_1 en lineær kombinasjon av \mathbf{a}_2 og \mathbf{a}_3 .
3. Gå ut ifra at \mathbf{a}_2 og \mathbf{a}_3 er lineært uavhengige, og anta at \mathbf{a}_1 er en lineærkombinasjon av \mathbf{a}_2 og \mathbf{a}_3 . Da er $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2$ og \mathbf{a}_3 lineært avhengige.
4. Gå ut ifra at \mathbf{a}_1 og \mathbf{a}_2 er vektorer i \mathbb{R}^4 , og at ikke \mathbf{a}_1 kan skrives som $c \cdot \mathbf{a}_2$ for noe tall c . Da er \mathbf{a}_1 og \mathbf{a}_2 lineært uavhengige.

OPPGAVE 7

Gå ut ifra at $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3$ og \mathbf{a}_4 er lineært uavhengige vektorer i \mathbb{R}^4 . Vis at da er også $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2$ og \mathbf{a}_3 lineært uavhengige.

OPPGAVE 8

Skriv det lineære likningssystemet

$$\begin{aligned} x_1 + 3x_2 &= 4 \\ 2x_1 - x_2 &= 1 \end{aligned}$$

som en matriselikning og som en vektorlikning.