

Øvelsesoppgaver i: ELE3719 Matematikk Valgfag

Dato: Februar 2011, 3 timer

 Tillatte hjelpemidler: Alle hjelpemidler +
 Eksamenskalkulator: TEXAS INSTRUMENTS BA II Plus™

Innføringsark: Ruter

Totalt antall sider: 1

OPPGAVE 1.

Vis at følgende vektorer er lineært uavhengige:

$$\mathbf{v}_1 = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{v}_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ h \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{v}_3 = \begin{pmatrix} h \\ 10 \\ 1 \end{pmatrix}$$

OPPGAVE 2.

 Funksjonen f er gitt ved

$$f(x_1, x_2, x_3) = 3x_1^2 + 2x_1x_2 + x_2^2 + 3x_3^2 + x_1 + 2x_2 + 4x_3 + 1$$

 Skriv f på formen $\mathbf{x}^T A \mathbf{x} + B \mathbf{x} + c$ der A er en symmetrisk 3×3 -matrise og B er en 1×3 -matrise, og finn vektoren $\frac{\partial f}{\partial \mathbf{x}}$. Finn egenverdiene til A og avgjør om den kvadratiske formen $\mathbf{x}^T A \mathbf{x}$ er positiv definit.

OPPGAVE 3.

 Estimer $\beta_0, \beta_1, \beta_2$ og β_3 i den lineære regresjonsmodellen $y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \beta_3 x_3 + \epsilon$ ut fra observasjonene

$$y_1 = 2, (x_{11}, x_{12}, x_{13}) = (0, 1, 1)$$

$$y_2 = 0, (x_{21}, x_{22}, x_{23}) = (-1, 0, 2)$$

$$y_3 = 1, (x_{31}, x_{32}, x_{33}) = (0, 0, -1)$$

$$y_4 = 2, (x_{41}, x_{42}, x_{43}) = (1, 0, -1)$$

Du får oppgitt at

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 0 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 0 & -3 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & -3 & 1 & 7 \end{pmatrix}$$

og at

$$\begin{pmatrix} 4 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 0 & -3 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & -3 & 1 & 7 \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & 0 & -\frac{1}{3} & 0 \\ 0 & 2 & -1 & 1 \\ -\frac{1}{3} & -1 & 2 & -\frac{2}{3} \\ 0 & 1 & -\frac{2}{3} & \frac{2}{3} \end{pmatrix}$$