# FORELESNING 1

# ECE 3719

Eivind Eriksen, JAN 17 2012

MATEMATIKK VALGFAG

Plan:
1. Introduksjon til kurset og praktisk informasjon
2. Introduksjon til sannsynlighetsteori — [R] Kap. 1.1-1.3

---

## 1. Introduksjon til kurset

Viktig informasjon finnes
- i Syllabus (delt ut / i It's Learning)
- i Forelesningsplan (i It's Learning)

Pensum:

[R] Ross — sannsynlighetsteori

PDF-filer på It's Learning — matriseregning / lineær algebra; differensialligninger / variasjonsregning

Oppgaveregning
- et oppgavesett for hver forelesning / hver uke
- svært viktig å jobbe med oppgaver gjennom semesteret

det viser seg at mange som synes at matematikken i 1. klasse har vært lett, undervurderer Matematikk Valgfag

② Introduksjon til sannsynlighetsteori

[R] 1.1 - 1.3

Viktige begreper:

* stokastisk forsøk
* utfallsrom = sample space
* hendelse = event
* sannsynlighet = probability (for en hendelse)

Mengdelære = set theory

* mengde = set (evt. rom = space)
* delmengde = subset
* union = union
* snitt = intersection
* komplement = complement
* den tomme mengde = the empty set

Eks I: Stokastisk forsøk

Vi kaster en terning ← stokastisk forsøk

stokastisk = tilfeldig

Utfallsrom:

$$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

1, 2, 3, 4, 5, 6 er seks utfall

Hendelse:

En hendelse er en delmengde av utfallrommet $S$

$E_1 = \{5\}$ ← "vi får 5"

$E_2 = \{2, 4, 6\}$ ← "vi får et partall"

## Sannsynlighet:

Et mål på "hvor ofte" en hendelse forekommer. (tolkning via frekvens)

## Matematisk:

Et <u>sannsynlighetsmål</u> er en funksjon som tilordner et tall $p(E)$ til hver hendelse $E$

$$\boxed{\begin{array}{ccc} \underline{\text{Input:}} & & \underline{\text{Output:}} \\ \text{Hendelser } E & \rightsquigarrow & p(E) \end{array}}$$

slik at:

(a) $0 \leq p(E) \leq 1$

(b) $p(S) = 1$

(c) $p(E_1 \cup E_2 \cup E_3 \cup \ldots \cup E_n \cup \ldots)$

$$= p(E_1) + p(E_2) + p(E_3) + \ldots + p(E_n) + \ldots$$

når $E_1, E_2, E_3, \ldots, E_n$ er ~~disjun~~ parvis disjunkte hendelser

( (c) forteller oss at sannsynligheten til en union av parvis disjunkte hendelser er summen av sannsynlighetene )

**Eks I:** Vi kaster en terning $S = \{1,2,3,4,5,6\}$

$p(1) = 1/6$
$p(2) = 1/6$
$p(3) = 1/6$
$p(4) = 1/6$
$p(5) = 1/6$
$p(6) = 1/6$

$$p(\text{partall}) = p(\{2,4,6\}) = 3 \cdot 1/6 = \underline{\underline{\tfrac{1}{2}}}$$

$$p(\{2,5\}) = 2 \cdot 1/6 = \underline{\underline{1/3}}$$

$$p = \frac{\text{ant. gunstige}}{\text{ant. mulige}}$$

**Eks:** Vi kaster to terninger og ser på summen av terningene

$$S = \{2, 3, \ldots, 12\}$$

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | | | |
| 2 | 3 | 4 | | | | |
| 3 | 4 | | | | | |
| 4 | | | | | | |
| 5 | | | | | | |
| 6 | | | | | | |

$p(\text{summen er } 3)$
$$= \frac{2}{36} = \underline{\underline{\frac{1}{18}}}$$

**Eks:** Vi kaster en mynt helt til vi får K = kron

$$S = \{K, MK, MMK, MMMK, \ldots, MM\ldots MK, \ldots\}$$

K=kron
M=mynt

$$p(K) = \frac{1}{2}$$
$$p(MK) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$
$$p(MMK) = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \ldots$$
$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{1 - 1/2} = \frac{1}{2} \cdot 2 = \underline{1}$$

# Mengder:

Eks: $S = \{\underbrace{1, 2, 3, 4, 5, 6}\}$ mengde på listeform (opplisting av elementene i mengden)

$S' = [1, 2]$ intervall

$S'' = \{x : x \geq 0\}$ leses "alle x slik at $x \geq 0$"

$\{n : n \text{ partall}\}$

egenskap

---

$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$:

$E_1 = \{1, 2\} \subseteq S$

delmengde

$1 \in E_1$ $\leftarrow$ 1 er et element i mengden $E_1$

$E_2 = \{1, 3, 5\} \subseteq S$ delmengde

$E_1 = \{1, 2\}$ og $E_2 = \{1, 3, 5\}$ er delmengder av $S$

---

Union: $E_1 \cup E_2 = \{1, 2, 3, 5\}$

alle elementer i $E_1$ eller $E_2$

Snitt: (intersection) $E_1 \cap E_2 = \{1\}$

" $E_1 E_2$

alle elementer i $E_1$ og $E_2$

Komplement: $E_1^c = \{3, 4, 5, 6\}$

alle elementer som ikke er med i $E_1$ (i S)

$E_1, E_2, E_3, E_4, \ldots$ parvis disjunkte (mutually exclusive)

betyr at:

$$\boxed{E_i \cap E_j = \emptyset \quad \text{for alle } i, j}$$

$\cap$: snitt

$\emptyset$: den tomme mengde ({ })

Eks: $E_1 = \{1\}$ $E_2 = \{2\}$ $E_3 = \{3\}$
$E_4 = \{4\}$ $E_5 = \{5\}$ $E_6 = \{6\}$

$E_1, E_2, E_3, E_4, E_5, E_6$ er parvis disjunkte

$$\Downarrow$$

$$p(S) = p(E_1 \cup E_2 \cup E_3 \cup E_4 \cup E_5 \cup E_6)$$
$$= p(E_1) + p(E_2) + p(E_3) + p(E_4) + p(E_5) + p(E_6)$$
$$= 6 \cdot \frac{1}{6} = 1$$

Krav til sannsynlighetsmål:

i) $0 \leq p(E) \leq 1$

ii) $p(S) = 1$

iii) $p(\bigcup_i E_i) = \sum_i p(E_i)$ når $E_1, E_2, \ldots$ er parvis disjunkte

Da følger det: (riktig for alle sannsynlighetsmål)

1) $p(E^c) = 1 - p(E)$

2) $p(E_1 \cup E_2) = p(E_1) + p(E_2) - p(E_1 \cap E_2)$

3) $E = \{s_1, s_2, \ldots, s_m\} \Rightarrow p(E) = p(s_1) + p(s_2) + \ldots + p(s_m)$

Eks: $p(\{1, 3, 4\}) = p(1) + p(3) + p(4)$