FORELESNING 3

ELE 3719

EIVIND ERIKSEN   JAN 24 2012

MATEMATIKK VALGFAG

Plan:

1. Gjennomgang: Oppgaveark I
2. Stokastiske variable   [R] 2.1

---

1 Oppgaveark I

Opps. 1.4 E, F, G delmengder av S

a) $F \cap E^c \cap G^c = FE^cG^c$
$= F \cap (E \cup G)^c$

F : F inntreffer
E^c : E inntreffer ikke
G^c : G — " —

b) $E \cap F \cap G^c$

c) $E \cup F \cup G$

d) $(E \cap F) \cup (E \cap G) \cup (F \cap G)$

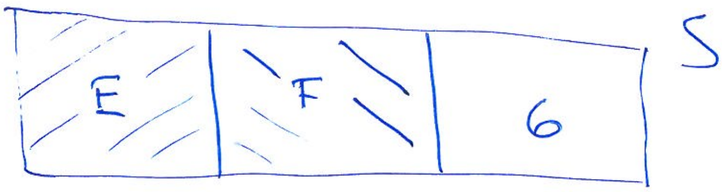
e) $E \cap F \cap G$

f) $E^c \cap F^c \cap G^c$

g) $E^c \cap F^c \cap G^c \cup E \cap F^c \cap G^c$
$\cup E^c \cap F \cap G^c \cup E^c \cap F^c \cap G$

h) $(E \cap F \cap G)^c$

Opp. 1.12:



E og F disjunkte

G = hverken E eller F

Gjentar eksperimentet til E eller F forekommer.

Utfallsrom "supereksperiment":

$$\{E, F, GE, GF, GGE, GGF, \ldots\}$$

$$p(E \text{ hender før } F) = p(E, GE, GGE, \ldots)$$

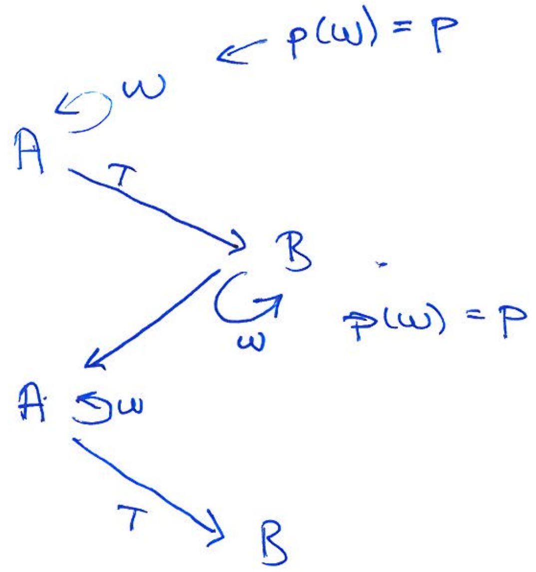
$$= p(E) + p(GE) + p(GGE) + \ldots$$

$$= p(E) + p(G)\cdot p(E) + p(G)^2 \cdot p(E) + \ldots$$

uavhengighet

$$= p(E)\cdot \frac{1}{1-p(G)} = \frac{p(E)}{1-(1-p(E)-p(F))} = \frac{p(E)}{p(E)+p(F)}$$

Opp. 1.14.



$$S = \{\underline{A}, AB, \underline{ABA}, ABAB, \ldots\}$$

$$p(A \text{ vinner til slutt}) = p(A, ABA, ABABA, \ldots)$$

$$= p(A) + p(ABA) + p(ABABA) + \ldots$$

$$= p + (1-p)\cdot(1-p)p + (1-p)^4 \cdot p + \ldots$$

$$= p \cdot \frac{1}{1-(1-p)^2} = \frac{p}{\cancel{1}-(\cancel{1}-2p+p^2)} = \frac{p}{2p-p^2}$$

$$= \underline{\underline{\frac{1}{2-p}}}$$

$$p(B \text{ vinner til slutt}) = 1 - \frac{1}{2-p} = \frac{2-p-1}{2-p} = \underline{\underline{\frac{1-p}{2-p}}}$$

② Stokastiske variable [R] 2.1

Eks: 1 Vi kaster to terninger.

X = summen av terningene

utfall	X	P
(1,1)	2	$1/36 = P(X=2)$
(1,2) (2,1)	3	$2/36 = 1/18 = P(X=3)$
(1,3) (2,2) (3,1)	4	$3/36 = 1/12 = P(X=4)$
⋮	⋮	⋮

Defn: En **stokastisk variabel** er en variabel med numeriske verdier, som avhenger av utfallet til et stokastisk forsøk.

Eks: 2 Vi kaster mynt og kron to ganger.

X = antall kron

	X
MM	0
MK	1
KM	1
KK	2

Eks: 3 Vi kaster mynt og kron helt til vi får Kron.

X = antall kast

	K	MK	MMK	MMMK	...
X	1	2	3	4	...

Eks: 4 X = levetiden i dager for en bestemt komponent

Mulige verdier for X: $[0, \rightarrow)$

Eks 1-3 : Diskret stokastisk variabel

Eks 4 : Kontinuerlig stokastisk variabel

Diskret stokastisk variabel:

De mulige verdiene er en diskret mengde, dvs. enten endelig eller tellbar (det er en viss avstand mellom de mulige verdiene)

Kontinuerlig stokastisk variabel:

De mulige verdiene er en kontinuerlig mengde.

Den kumulative fordelingsfunksjonen

til en stokastisk variabel

$$F_X(b) := p(X \leq b)$$

sannsynlighet for at $X \leq b$

Eks: Vi kaster mynt/kron tre ganger

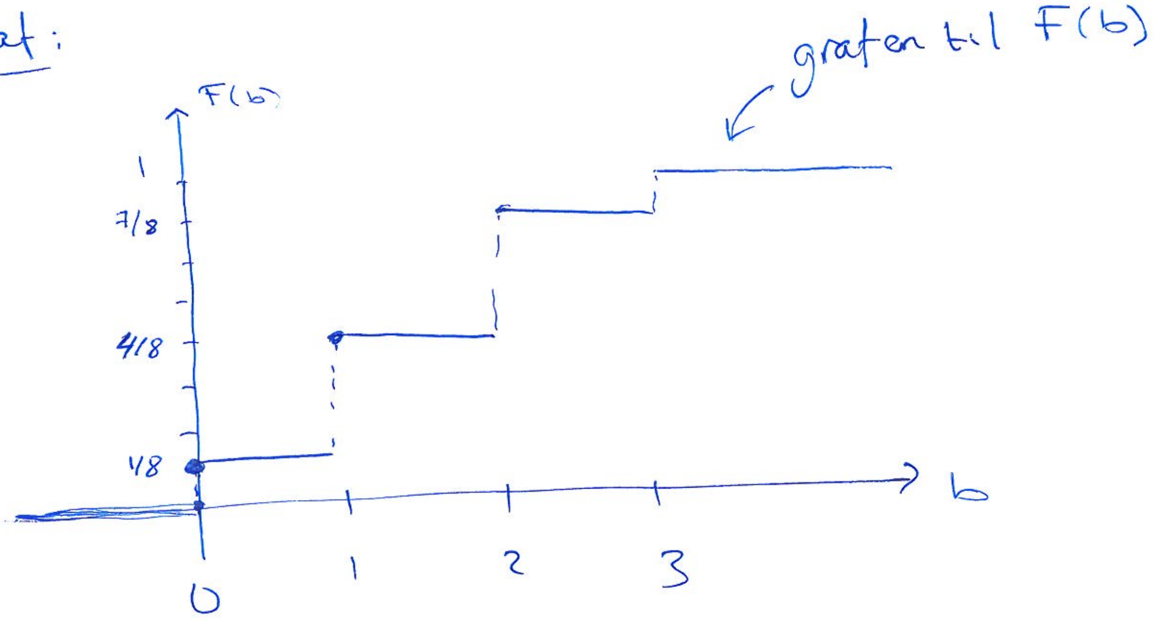
X = antall kron.

	MMM	MMK	MKM	MKK	KMM	KMK	KKM	KKK
X	0	1	1	2	1	2	2	3

$p(X=0) = 1/8$ $\quad$ $p(X=1) = 3/8$ $\quad$ $p(X=2) = 3/8$ $\quad$ $p(X=3) = 1/8$

b	$F(b) = p(X \leq b)$
0	$p(X \leq 0) = p(X=0) = 1/8$
1	$p(X \leq 1) = p(X=0) + p(X=1) = 1/8 + 3/8 = 1/2$
2	$p(X \leq 2) = 1/8 + 3/8 + 3/8 = 7/8$
3	$p(X \leq 3) = 1$

Graf:



Egenskaper som alle kumulative fordelingsfunksjoner har:

i) $F(b)$ er en ikke-avtagende funksjon

ii) $\lim_{b \to \infty} F(b) = 1$

iii) $\lim_{b \to -\infty} F(b) = 0$

"Trappe-funksjon" typisk for diskrete variable.
For kont. variable har vi typisk