Oppgaveark 4
ELE 3719 Matematikk Valgfag

Handelshøyskolen BI

Oppgaver

1. Oppgaver fra [Ross] Kapittel 2:
Oppgave 48, 49, 50, 52, 53

2. Eksamen i MET2214 19/05/2010, Spørsmål 3
En person deltar tre søndager på rad i en konkurranse som gir en pengepremie på 8000 kr dersom han vinner konkurransen. Konkurransen er krevende, og han regner derfor med en sannsynlighet på kun $p = 0.15$ for å vinne en konkurranse. Du kan betrakte de tre konkurransene som uavhengige. La X være antall konkurranser som han vinner. La Y være total gevinst.

a) Hvilken fordeling har X?
b) Hva er sannsynligheten for at han vinner to av de tre konkurransene?
c) Beregn $E(X)$ og $E(Y)$.
d) Beregn $\mathrm{Var}(X)$ og $\mathrm{Var}(Y)$.
e) Personen ønsker å øke sannsynlighetene for å vinne konkurranse. Han bestemmer seg derfor å legge seg i hard trening framover, og regner nå med følgende sannsynligheter:

- Sannsynligheten for å vinne konkurranse nr 1 er $p_1 = 0.2$.
- Sannsynligheten for å vinne konkurranse nr 2 er $p_2 = 0.3$.
- Sannsynligheten for å vinne konkurranse nr 3 er $p_3 = 0.4$.

Beregn $p(X = 0)$, $P(X = 1)$, $p(X = 2)$ og $p(X = 3)$. Beregn $E(X)$.

3. Eksamen i MET2214 23/05/2008, Spørsmål 3
Anta at sannsynligheten for at du består førerprøven på første forsøk er $p = 0.75$. Hvis du ikke består, forsøker du på nytt, og da er også sannsynligheten for å bestå $p = 0.75$. Anta at du på hvert forsøk har sannsynlighet $p = 0.75$ for å bestå, og at du fortsetter helt til du har klart det.

a) Hva er sannsynligheten for at du ikke behøver kjøre opp mer enn 3 ganger?
b) La X være antall forsøk du bruker for å bestå. hva er sannsynligheten for at $2 \leq X \leq 6$?

Løsninger

1 Løsninger fra [Ross] Kapittel 2:
Løsninger til [R] finnes i It's Learning.

2 Eksamen i MET2214 19/05/2010, Spørsmål 3
Fordelingen til X er binomisk med $n = 3$ og $p = 0.15$.

a) Variabelen X er binomisk fordelt.
b) Vi har $p(X = 2) = 3p^2(1-p)^1 \cong 0.057$.

c) Vi har $E(X) = np = 0.45$ og $E(Y) = E(8000X) = 8000E(X) = 3600$.
d) Vi har $\text{Var}(X) = np(1-p) = 0.3825$ og $\text{Var}(Y) = 8000^2\,\text{Var}(X) = 24,480,000$.
e) Vi har $p(X=0) = (1-p_1)(1-p_2)(1-p_3) = 0.336$, $P(X=1) = p_1(1-p_2)(1-p_3) + (1-p_1)p_2(1-p_3) + (1-p_1)(1-p_2)p_3 = 0.452$, $p(X=3) = p_1p_2p_3 = 0.024$ og $p(X=2) = 1 - p(X \neq 2) = 0.188$. Dette gir

$$E(X) = 1 \cdot 0.452 + 2 \cdot 0.188 + 3 \cdot 0.024 = 0.9$$

3 Eksamen i MET2214 23/05/2008, Spørsmål 3

Fordelingen til X er geometrisk med $p = 0.75$.

a) Vi har $p(X=1) = p$, $p(X=2) = (1-p)p$ og $p(X=3) = (1-p)^2p$. Dermed er $p(X \leq 3) = p + (1-p)p + (1-p)^2p = p(p^2 - 3p + 3) \cong 0.984$.
b) Vi har $p(2 \leq X \leq 6) = (1-p)p + (1-p)^2p + \cdots + (1-p)^5p = p(1-p)(1 + (1-p) + \cdots + (1-p)^4)$. Dette er en geometrisk rekke med sum

$$p(1-p)\frac{1-(1-p)^5}{1-(1-p)} = (1-p)(1-(1-p)^5) \cong 0.250$$