

## Veiledningsoppgaver

### Oppgave 1.

Regn ut de ubestemte integralene:

$$\text{a) } \int x^2 dx \qquad \text{b) } \int (8x^3 - 12x^2) dx \qquad \text{c) } \int (e^x - 6x) dx \qquad \text{d) } \int (x^2/3 - x^3/2) dx$$

### Oppgave 2.

Finn en funksjon  $f(x)$  med angitt definisjonsområde slik at:

$$\begin{array}{lll} \text{a) } f'(x) = 2, D_f = (-\infty, \infty) & \text{b) } f'(x) = 2x, D_f = (-\infty, \infty) & \text{c) } f'(x) = 6x^2, D_f = (-\infty, \infty) \\ \text{d) } f'(x) = 1/x, D_f = (0, \infty) & \text{e) } f'(x) = 1/x, D_f = (-\infty, 0) & \text{f) } f'(x) = 1/x, D_f = \{x : x \neq 0\} \end{array}$$

### Oppgave 3.

Finn en funksjon  $f(x)$  slik at:

$$\begin{array}{llll} \text{a) } \int f(x) dx = 2 + C & \text{b) } \int f(x) dx = 2x + C & \text{c) } \int f(x) dx = 6x^2 + C & \text{d) } \int f(x) dx = xe^{2x} + C \\ \text{e) } \int 2 dx = f(x) + C & \text{f) } \int 2x dx = f(x) + C & \text{g) } \int 6x^2 dx = f(x) + C & \text{h) } \int xe^{2x} dx = f(x) + C \end{array}$$

### Oppgave 4.

Bestem konstantene  $A$  og  $B$  slik at

$$\int \frac{(A + Bx) \cdot e^{2x}}{2\sqrt{x}} dx = \sqrt{x} \cdot e^{2x} + C$$

### Oppgave 5.

Regn ut de ubestemte integralene:

$$\begin{array}{lllll} \text{a) } \int x^{-3} dx & \text{b) } \int \sqrt{x} dx & \text{c) } \int x\sqrt{x} dx & \text{d) } \int 1/x dx & \text{e) } \int 1/x^2 dx \\ \text{f) } \int (x - 2x^3) dx & \text{g) } \int x(1 - 2x) dx & \text{h) } \int x(1 - 2x) dx & \text{i) } \int (x + 1)^2 dx & \text{j) } \int (x + 1)^7 dx \end{array}$$

### Oppgave 6.

Regn ut disse ubestemte integralene:

$$\text{a) } \int \frac{1 - 3x^2}{x^2} dx \qquad \text{b) } \int \frac{x^3 + 2x - 2}{x} dx \qquad \text{c) } \int \frac{6x}{1 + 3x^2} dx \qquad \text{d) } \int \frac{\sqrt{x} + 1}{x^2} dx$$

### Oppgave 7.

Regn ut disse ubestemte integralene:

a)  $\int (1 + e^{2x}) dx$       b)  $\int e^{1+2x} dx$       c)  $\int e^{1-2x} dx$       d)  $\int 3^x dx$

### Oppgave 8.

Regn ut disse ubestemte integralene:

a)  $\int x\sqrt{x^2 + 1} dx$     b)  $\int 9(x + 1)^7 dx$     c)  $\int xe^{-x^2} dx$     d)  $\int \frac{x}{1 + x^2} dx$     e)  $\int \frac{\ln x}{x} dx$

### Oppgave 9.

Regn ut det ubestemte integralet

$$\int \frac{e^{1-\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx$$

### Oppgave 10.

Anta at  $f(x) \geq 0$  for alle  $x$ , og at  $F(x)$  er en funksjon slik at  $\int f(x) dx = F(x) + C$ . Er  $F(x)$  en voksende funksjon? Forklar hvorfor/hvorfor ikke.

### Oppgave 11.

Vi ser på funksjonen definert ved

$$f(x) = \frac{e^{1-\sqrt{x}}}{\sqrt{x}}, \quad x > 0$$

- Regn ut  $f'(x)$ .
- Vis at  $f$  er avtagende i definisjonsområdet  $D_f = (0, \infty)$ .
- Bestem grenseverdiene

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) \quad \text{og} \quad \lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$$

- Lag en grov skisse av grafen til  $f$ , basert på det du har funnet ut tidligere i oppgaven, og markér området som ligger mellom grafen til  $f$  og  $x$ -aksen (for  $x > 0$ ) på tegningen.

### Oppgave 12.

Oppgaver fra læreboken: 5.1.1 - 5.1.5, 5.2.1 - 5.2.5, 5.3.1 - 5.3.3

## Svar på veiledningsoppgaver

### Oppgave 1.

a)  $\frac{1}{3}x^3 + C$       b)  $2x^4 - 4x^3 + C$       c)  $e^x - 3x^2 + C$       d)  $\frac{1}{9}x^3 - \frac{1}{8}x^4 + C$

**Oppgave 2.**

a)  $f(x) = 2x$       b)  $f(x) = x^2$       c)  $f(x) = 2x^3$       d)  $f(x) = \ln(x)$       e)  $f(x) = \ln(-x)$       f)  $f(x) = \ln|x|$

**Oppgave 3.**

a)  $f(x) = 0$       b)  $f(x) = 2$       c)  $f(x) = 12x$       d)  $f(x) = (1 + 2x)e^{2x}$   
 e)  $f(x) = 2x$       f)  $f(x) = x^2$       g)  $f(x) = 2x^3$       h)  $f(x) = \left(\frac{1}{2}x - \frac{1}{4}\right)e^{2x}$

**Oppgave 4.**

$A = 1, B = 4$

**Oppgave 5.**

a)  $-\frac{1}{2}x^{-2} + \mathcal{C}$       b)  $\frac{2}{3}x\sqrt{x} + \mathcal{C}$       c)  $\frac{2}{5}x^2\sqrt{x} + \mathcal{C}$       d)  $\ln|x| + \mathcal{C}$   
 e)  $-1/x + \mathcal{C}$       f)  $\frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2}x^4 + \mathcal{C}$       g)  $\frac{1}{2}x^2 - \frac{2}{3}x^3 + \mathcal{C}$       h)  $x(x - x^2 + \mathcal{C})$   
 i)  $\frac{1}{3}(x + 1)^3 + \mathcal{C}$       j)  $\frac{1}{8}(x + 1)^8 + \mathcal{C}$

**Oppgave 6.**

a)  $-1/x - 3x + \mathcal{C}$       b)  $\frac{1}{3}x^3 + 2x - 2\ln|x| + \mathcal{C}$       c)  $\ln(1 + 3x^2) + \mathcal{C}$       d)  $-2/\sqrt{x} - 1/x + \mathcal{C}$

**Oppgave 7.**

a)  $x + \frac{1}{2}e^{2x} + \mathcal{C}$       b)  $\frac{1}{2}e^{1+2x} + \mathcal{C}$       c)  $-\frac{1}{2}e^{1-2x} + \mathcal{C}$       d)  $\frac{1}{\ln 3} \cdot 3^x + \mathcal{C}$

**Oppgave 8.**

a)  $\frac{1}{3}(x^2 + 1)^{3/2} + \mathcal{C}$       b)  $\frac{9}{8}(x + 1)^8 + \mathcal{C}$       c)  $-\frac{1}{2}e^{-x^2} + \mathcal{C}$       d)  $\frac{1}{2}\ln(1 + x^2) + \mathcal{C}$       e)  $\frac{1}{2}\ln(x)^2 + \mathcal{C}$

**Oppgave 9.**

$-2e^{1-\sqrt{x}} + \mathcal{C}$

**Oppgave 10.**

Siden  $F'(x) = f(x)$  og  $f(x) \geq 0$ , er  $F$  en voksende funksjon.

**Oppgave 11.**

a.  $f'(x) = \frac{e^{1-\sqrt{x}}(-\sqrt{x} - 1)}{2x\sqrt{x}}$

b. Siden  $f'(x) \leq 0$  for  $x > 0$  er  $f$  avtagende

c.  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \infty, \quad \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0$

**Oppgave 12.**

Fullstendig løsnings av oppgaver fra læreboken [E] finnes i oppgaveboken [O].