

MET1180 Matematikk for siviløkonomer

Høst 2018

Oppgaver

Ukesoppgavene kan tas fra læreboken [L]. Oppgaveboken [O] inneholder løsningsforslag til alle oppgavene og noen flere oppgaver. Videre gir jeg relevante eksamensoppgaver og lager noen oppgaver med fasit (se under).

[L] Eivind Eriksen. Matematikk for økonomi og finans.

[O] Eivind Eriksen. Matematikk for økonomi og finans. Oppgaver og løsningsforslag.

Forelesning 3

Kap 1.4-6: Nåverdier. Rekker. Annuiteter og annuitetslån.

[L] 1.5.1-5

[L] 1.6.1-7

Oppgaver for veiledningstimene torsdag 30/8 kl 14-16 i D1-080

Oppgave 1

- Billettprisen Oslo-Bergen endres fra 699 til 899 kroner. Finn den relative endringen og vekstfaktoren.
- Billettprisen Oslo-Bergen endres fra 899 til 699 kroner. Finn den relative endringen og vekstfaktoren.
- Finn produktet av vekstfaktorene i (a) og (b). Tolk svaret som en vekstfaktor.
- Anta a og b er to tall, ulike 0. Vis at

$$\left(1 + \frac{b-a}{a}\right) \cdot \left(1 + \frac{a-b}{b}\right) = 1$$

og bruk dette til å forklare resultatet i (c).

Oppgave 2 Du setter inn 50 000 på konto med 3,6% nominell rente.

- Anta at det er årlig kapitalisering.
 - Beregn hvor mye det er på kontoen etter 10 år.
 - Finn vekstfaktoren og den relative prosentvise endringen for disse 10 årene.
- Anta at det er månedlig kapitalisering.
 - Beregn hvor mye det er på kontoen etter 10 år.
 - Finn vekstfaktoren og den relative prosentvise endringen for disse 10 årene.
 - Finn den (årlige) effektive renten.

Oppgave 3

- Beregn hvor mye du må sette på konto i dag hvis det skal stå 250 000 på kontoen om 10 år og renten er 3,4%.
- Etter 4 år endres renten til 1,9%. Finn balansen etter 10 år.
- Forklar hvorfor svaret i (b) er gitt av uttrykket $250\,000 \cdot \left(\frac{1,019}{1,034}\right)^6$.
- Beregn hvor mye du måtte satt i banken i tilfellet (b) for å få 250 000 etter 10 år.
- Forklar hvorfor svaret i (d) er gitt av uttrykket $\frac{250\,000}{1,019^6 \cdot 1,034^4}$.

Oppgave 4

- Finn nåverdien til en utbetaling på 70 millioner kroner om 4 år når den årlige renten er 9%. Anta 70 millioner kroner utbetales etter 5 år. La r være renten som gir samme nåverdi som i (a).
- Tror du r er større eller mindre enn 9%? Tenk igjennom, finn argumenter.
- Beregn r .
- Forklar hvorfor svaret i (c) kan skrives som $1,09^{\frac{4}{5}} - 1$.

Oppgave 5 En investering på 20 millioner skal gi en utbetaling på 9 millioner om 4 år og ytterligere 14 millioner om 7 år.

- Anta renten er 12%. Beregn nåverdien av kontantstrømmen.
- Tror du renten må økes eller minskes for at kontantstrømmen skal å få nåverdi lik 0? Tenk igjennom, finn argumenter.
- Vis at internrenten til kontantstrømmen er 2,44%.
- Syns du dette virker som en interessant investering? Begrunn svaret.

Oppgave 6 Et farmasøytisk selskap ønsker å teste ut en ny medisin og deretter selge patentet. Testingen foregår over 5 år og koster 40 millioner i året. Patentet selges deretter umiddelbart.

- Anta diskonteringsrenten settes til 12%. Hva må patentet koste for at denne diskonteringsrenten også blir internrenten for kontantstrømmen?
- Patentet selges for 320 millioner. Finn internrenten til kontantstrømmen.

Oppgave 7 Vi har kontantstrømmen

År	0	3	5	7	8
Betaling	-30	-15	4	11	48

Anta renten er 9%.

- Beregn fremtidsverdien etter 8 år.
- Beregn nåverdien.

Anta renten er 13%.

- Beregn fremtidsverdien etter 8 år.
- Beregn nåverdien.
- Vi antar at den årlige renten er r , og at fremtidsverdien til kontantstrømmen etter n år er K_n . Spesielt er da K_0 nåverdien til kontantstrømmen. Forklar hvorfor

$$K_8 = K_0 \cdot (1 + r)^8$$

og sjekk at dette stemmer i (a-b) og (c-d). Forklar hvorfor fortegnet til K_0 er det samme som fortegnet til K_8 .

Oppgave 8 Hege og Kåre sparer penger. Hege sparer 5 300/mnd. Kåre sparer 4 800/mnd. Den nominelle renten på sparekontoen er 3,6% med månedlig forentning. Når de begynner har Kåre allerede 200 000 på kontoen som han har fått av pappa fordi han (nesten) ikke har begynt å røke. Hege har ingenting.

- Når tar Hege igjen Kåre?
- Hva skjer hvis renten er 2,8%?

Oppgave 9

- En bedrift har i år kostnader på 63 millioner. Anta kostnadene øker med 2,8% i året. Finn den geometriske rekken som uttrykker de samlede kostnadene over 10 år og beregn denne kostnaden.
- Du setter inn 100 kroner i dag og for hvert år i 20 år. Anta at renten er 2% med årlig kapitalisering. Finn den geometriske rekken som uttrykker balansen etter 20 år og beregn balansen.

Oppgave 10 Anta at et fast beløp A (annuiteten) betales hvert år i 25 år med første betaling om et år. Anta renten er 4,2%.

- Finn den geometriske rekken som uttrykker nåverdien til denne kontantstrømmen.
- Finn den geometriske rekken som uttrykker fremtidsverdien K_{25} til denne kontantstrømmen.
- Anta nåverdien er 3 millioner kroner. Bruk (i) til å beregne annuiteten A .
- Bruk annuiteten du fant i (c) til å beregne fremtidsverdien K_{25} .

Fasit**Oppgave 1**

- (a) Relativ endring er $r_1 = \frac{899-699}{699} = 28,61\%$. Vekstfaktor er $1 + r_1 = 1,2861$.
(b) Relativ endring er $r_2 = -22,25\%$. Vekstfaktor: 0,7775.
(c) $(1 + r_1)(1 + r_2) = 1$.

Oppgave 2

- (a) (i) 71 214,36 (ii) Vekstfaktor: 1,4243. Relativ endring: 42,43%.
(b) (ii) 71 627,86 (ii) Vekstfaktor: 1,4326. Relativ endring: 43,26% (iii) 3,66%.

Oppgave 3

- (a) 178 951,20
(b) 229 013,92
(d) 195 349,70

Oppgave 4

- (a) 49,58 millioner kroner
(c) 7,14%

Oppgave 5

- (a) -7,95 millioner kroner

Oppgave 6

- (a) 254,11 millioner kroner
(b) $r = 23,7\%$ (Hint: Du skal få likningen $(r + 1)^5 - 8r - 1 = 0$. Bruk f. eks. GeoGebra til å plote grafen og les av nullpunktet.)

Oppgave 7

- (a) -17,69
(b) -8,88
(c) -41,19
(d) -15,49

Oppgave 9

- (a) I millioner kroner: $63 \cdot (1 + 1,028 + 1,028 + \dots + 1,028^9) = 63 \cdot \frac{1,028^{10}-1}{0,028} = 715,61$
(b) $100 \cdot (1,02 + 1,02^2 + \dots + 1,02^{20}) = 100 \cdot 1,02 \cdot \frac{1,02^{20}-1}{0,02} = 2 478,33$

Oppgave 10

- (a) $A \cdot \left(\frac{1}{1,042} + \left(\frac{1}{1,042} \right)^2 + \dots + \left(\frac{1}{1,042} \right)^{25} \right)$
(b) $A \cdot (1,042^{24} + 1,042^{23} + \dots + 1,042 + 1)$
(c) $A \cdot 15,297012 = 3$ mill gir $A = \frac{3}{15,297012}$ mill = 196 116,73.
(d) 8 391 009,81