Plan

1 Funksjoner og grafer

Defn: En funksjon f er en regel som til hvert pkt i definisjonsmengden D_f tilordner en verdi $f(x)$.

Eks: empirisk funksjon, f.eks. lakseprisen i uke x

Tabell av funksjonsverdier

x	1	2	3	....
$f(x)$	64	71	...	

← D_f

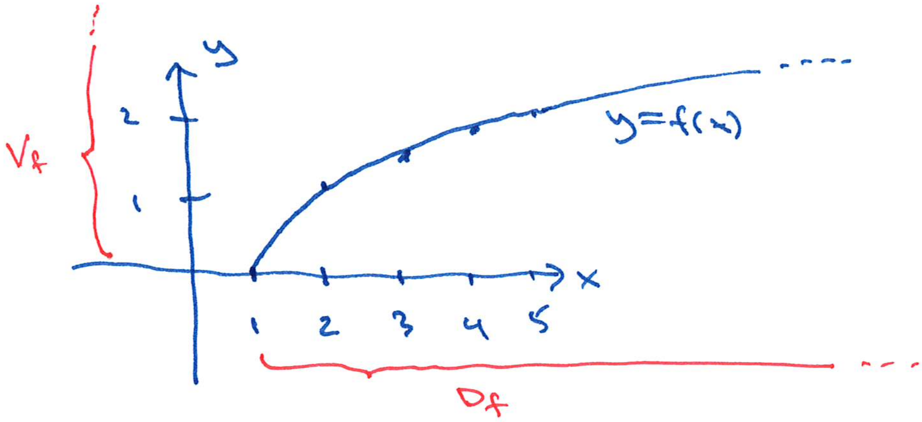
← funksjonsverdier

Eks: matematisk funksjon, f.eks. $f(x) = \sqrt{x-1}$, $x \geq 1$
($D_f = [1, \rightarrow)$ størst mulig def. område for f)

Defn: Grafen til f er alle tallpar (x, y) slik at x er i D_f og $y = f(x)$. Verdimengden V_f består av alle funksjonsverdier $f(x)$ som vi kan få ved å bruke x i D_f, dvs $V_f = \{ f(x) : x \text{ er i } D_f \}$.

Eks: $f(x)=\sqrt{x-1}\,,\ x \geq 1$

x	1	2	3	4	5	....
$f(x)$	0	1	$\simeq 1.4$	$\simeq 1.7$	2	

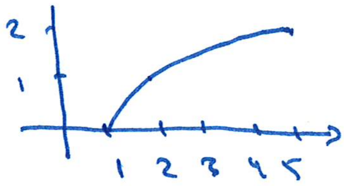


$V_f = [0, \to)$

Eks:

$f(x)=\sqrt{x-1}\,,$

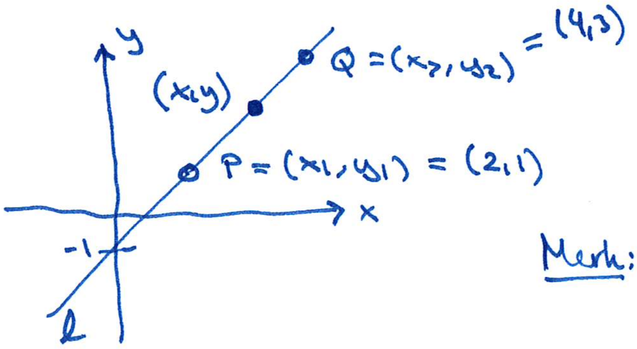
$D_f = [1,5]$



$V_f = [0,2]$

② Lineære funksjoner og rette linjer

Lineær funksjon: $f(x)=ax+b$ **Grafen:** rett linje



Stigningstall:

$$a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{\text{endring i } y}{\text{endring i } x} = \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$$

Merk: Stigningstallet til en rett linje er uavhengig av punkter P & Q.

$$a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{3-1}{4-2} = \frac{2}{2} = \underline{1}$$

$\Downarrow$

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y-1}{x-2} = a = 1$$

$\Updownarrow$

$y-1 = 1\cdot(x-2)$

$y-1 = x-2$

$\underline{\underline{y = x-1}}$

$$\frac{y-y_1}{x-x_1} = a$$

$$y-y_1 = a\cdot(x-x_1)$$

l: Grafen til

$f(x) = x-1$

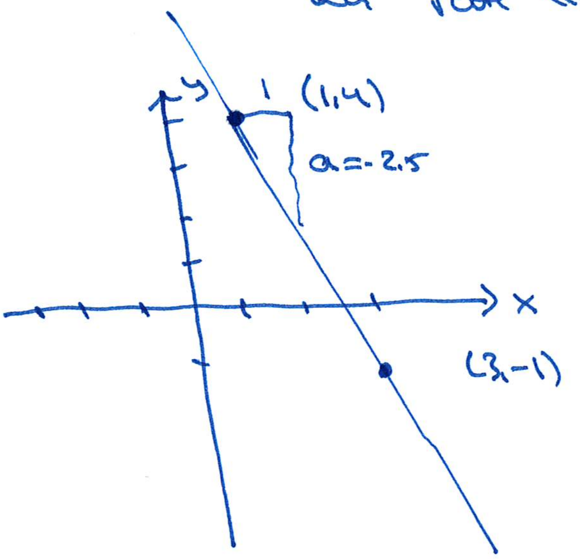
$\underline{a=1}$ $\underline{b=-1}$

Oppsummert:

Grafen til en lineær funksjon $f(x) = ax + b$ er den rette linjen med stigningstall a og skjæring med y-aksen i b.

Merk: Vertikale rette linjer er ikke grafen til en lineær funksjon; de har ligning $x = x_0$.

Oppgave: Finn den lineære funksjonen slik at grafen er den rette linjen gjennom $(1,4)$ og $(3,-1)$.



$$f(x) = ax + b$$
$$= -\frac{5}{2}x +$$

$$a = \frac{-1-4}{3-1} = \frac{-5}{2} = -2.5$$

Ettpunktsformelen:

$$y - 4 = -\frac{5}{2}(x-1)$$
$$y - 4 = -\frac{5}{2}x + \frac{5}{2}$$
$$y = -\frac{5}{2}x + \frac{13}{2} = -2.5x + 6.5$$

Ettpunktsformelen:

En rett linje med stigningstall a som går gjennom punktet (x_0, y_0) har likning

$$\boxed{y - y_0 = a \cdot (x - x_0)}$$

③ Kvadratiske funksjoner og parabler

Kvadratisk funksjon: $f(x) = ax^2 + bx + c \quad (a \neq 0)$

Grafen til en kvadratisk funksjon kalles en parabel.

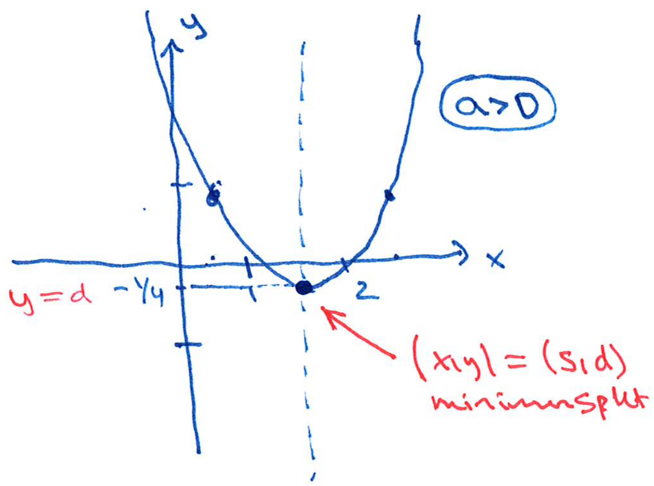
Eks:

$$f(x) = x^2 - 3x + 2$$
$$= \underbrace{x^2 - 3x + (3/2)^2} + \underbrace{2 - (3/2)^2}$$
$$= (x - 3/2)^2 + 2 - 9/4$$
$$= \underline{\underline{(x - 3/2)^2 - 1/4}}$$

$a = 1$, $s = 3/2$, $d = -1/4$

Merk: Enhver kvadratisk funksjon $f(x) = ax^2 + bx + c$ kan skrives på formen $f(x) = \underline{a \cdot (x-s)^2 + d}$

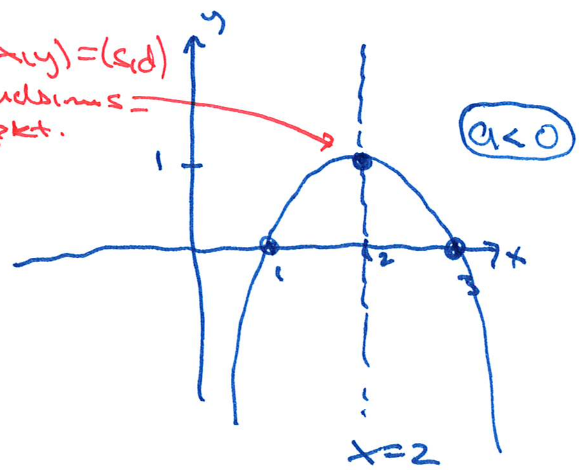
Eks: $f(x) = x^2 - 3x + 2$
$= (x - 3/2)^2 - 1/4$



$x = 3/2$
$x = s$
symmetri-linjen

Eks: $f(x) = -x^2 + 4x - 3$
$= -1(x^2 - 4x + 3)$
$= -1(\underline{x^2 - 4x + 4} + 3 - 4)$
$= \underline{-1(x-2)^2 + 1}$

$a = -1$
$s = 2$
$d = 1$

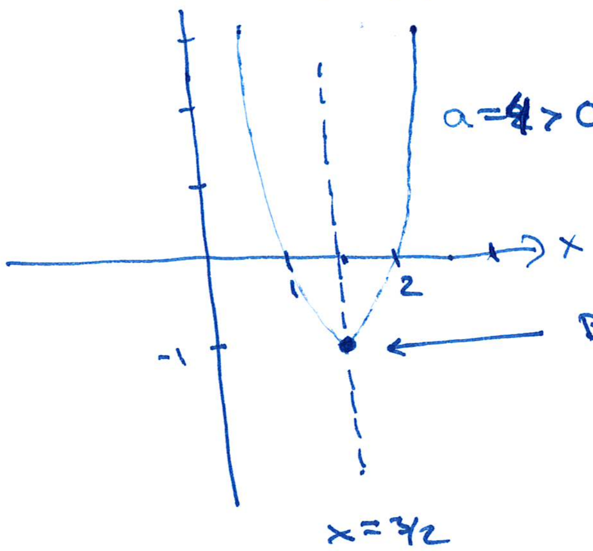


Eks: $f(x) = 4x^2 - 12x + 8$

$$= 4(x^2 - 3x + 2)$$

$$= 4\Big(\underbrace{x^2 - 3x + (3/2)^2}_{(x-3/2)^2} + \underbrace{2 - (3/2)^2}_{2 - 9/4 = -1/4}\Big)$$

$$= 4(x-3/2)^2 + 4\cdot(-\tfrac{1}{4}) = \underline{\underline{4(x-3/2)^2 - 1}}$$



$a = 4 > 0$

Bunnpkt: $(x,y) = \underline{\underline{(3/2, -1)}}$

Alt: $f(x) = 4x^2 - 12x + 8 = \underbrace{4x^2 - 12x + 9} + 8 - 9$

$$= \underline{(2x-3)^2 - 1} = (2\cdot(x-3/2))^2 - 1 = \underline{4(x-3/2)^2 - 1}$$

4 Inntekts- og kostnadsfunksjoner

$p(x) = R(x) - C(x)$

overskudds-fn. inntekts-fn. kostnads-fn.

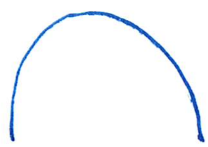
(ved prod. og salg av x enheter)

Eks: $R(x) = 15x$ (pris=15)

$C(x) = \underbrace{0.05x^2 - 10x}_{(0.05x-10)x} + 525$

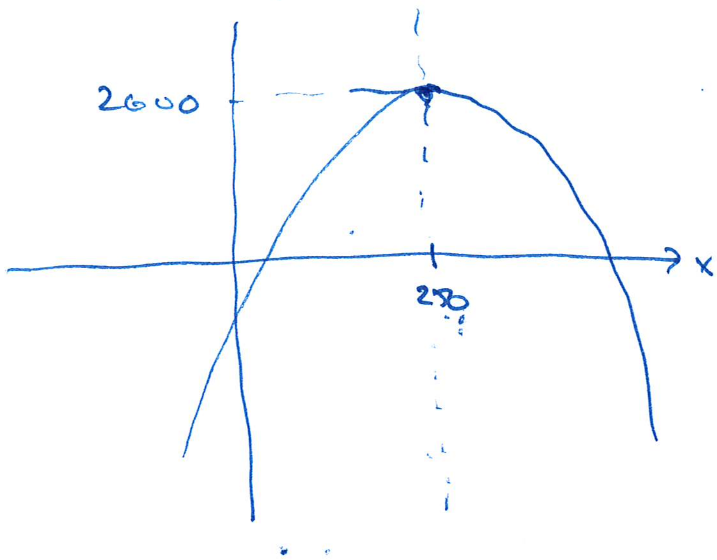
$$p(x) = 15x - (0.05x^2 - 10x + 525)$$

$$= \underline{-0.05x^2 + 25x - 525}$$



$$= -0.05(x^2 - 500x + 250^2) - 525 + 0.05\cdot 250^2$$

$$p(x) = -0.05\,(x-250)^2 + 2600$$



Maksimalt overskudd:

$\underline{\underline{2600}}$ ved å velge $x = \underline{\underline{250}}$