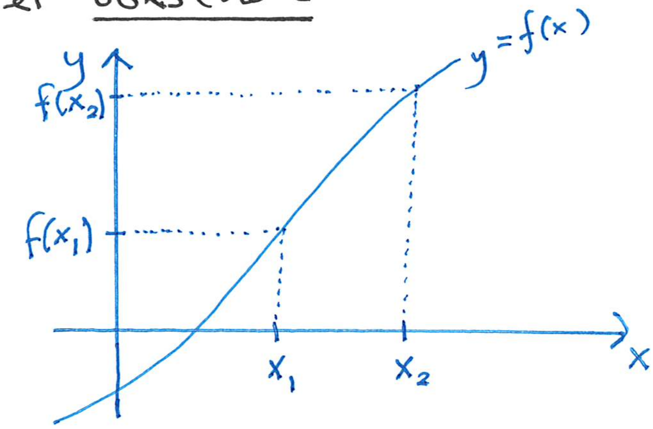
MET 1180, 12. forelesning, 6. okt. 2022, Runar Ile

Plan
1. Voksende og avtagende funksjoner
2. Sirkler og ellipser
3. Polynomfunksjoner

1. Voksende og avtagende funksjoner

Definisjon En funksjon $f(x)$ er <u>voksende</u> hvis for alle $x_1 < x_2$ så gjelder at $f(x_1) \leq f(x_2)$.



Eks $f(x) = 2x + 5$ er voksende for alle x.

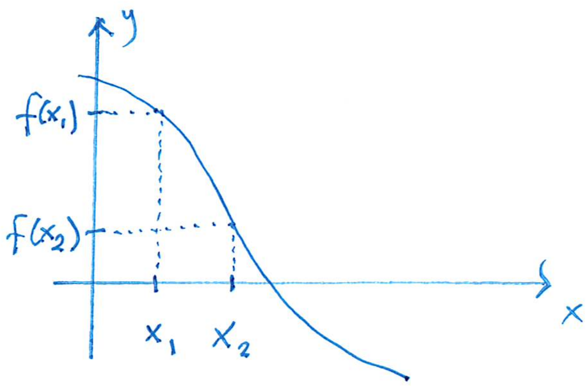
Fordi Anta $x_1 < x_2 \quad | \cdot 2$

$$2x_1 < 2x_2 \quad | +5$$

$$f(x_1) = 2x_1 + 5 < 2x_2 + 5 = f(x_2)$$

Altså er $f(x)$ (strengt) voksende.

Definisjon En funksjon $f(x)$ er <u>avtagende</u> hvis for alle $x_1 < x_2$ så gjelder at $f(x_1) \geq f(x_2)$



Oppg Vis at $f(x) = -2x + 5$ er (strengt) avtagende.

Løsning Anta $x_1 < x_2 \quad | \cdot (-2)$

$$-2x_1 > -2x_2 \quad | +5$$

$$f(x_1) = -2x_1 + 5 > -2x_2 + 5 = f(x_2)$$

<u>Oppg</u> Vi har konstantfunksjonen $f(x) = 5$
Avgjør om $f(x)$ er voksende / avtagende / ingen av delene

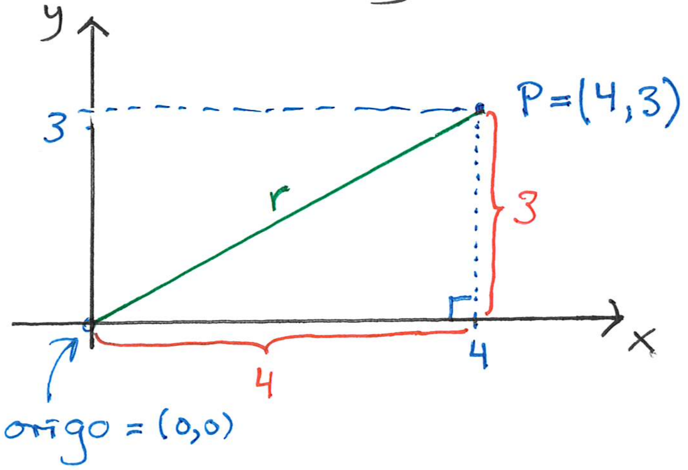
<u>Løsning</u>

Voksende: Hvis $x_1 < x_2$ så vil $f(x_1) = 5 \leq 5 = f(x_2)$

Avtagende: Hvis $x_1 < x_2$ så vil $f(x_1) = 5 \geq 5 = f(x_2)$.

Men $f(x)$ er ikke strengt voksende og ikke stengt avtagende.

<u>2. Sirkler og ellipser</u>



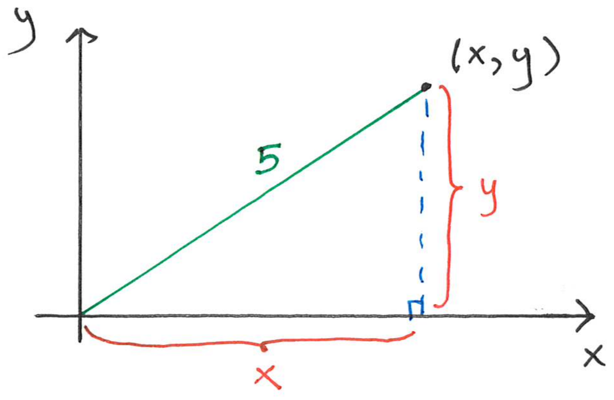
Pytagoras:

$$r^2 = 4^2 + 3^2 \qquad (r \geq 0)$$

$$r^2 = 16 + 9 = 25$$

$$r = \sqrt{25} = 5$$

Anta punktet (x, y) ligger 5 fra origo.



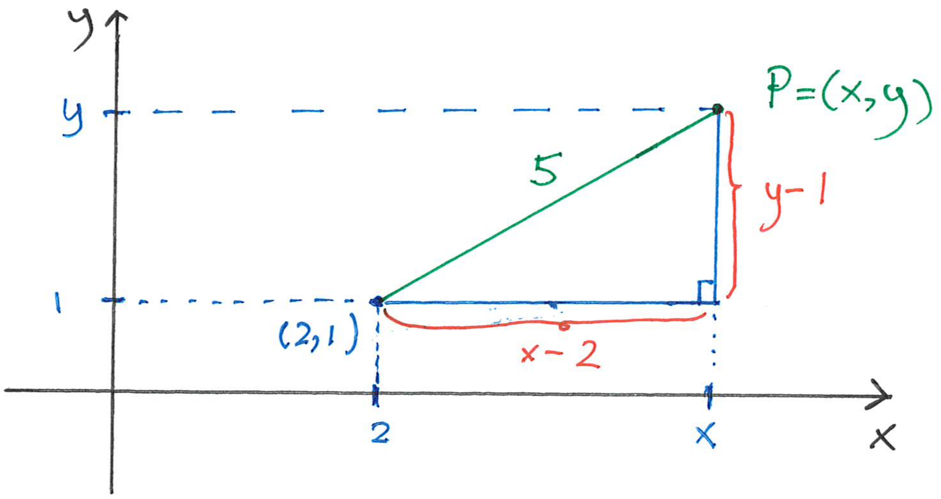
Pytagoras:

$$5^2 = x^2 + y^2$$

- én likning med to ukjente
- uendelig mange løsninger

Løsningene er alle punkter på sirkelen med radius 5 og sentrum $(0, 0)$.

Eks Hva er likningen til punktene på en sirkel med radius 5 og sentrum (2,1)?



Pytagoras: $5^2 = (x-2)^2 + (y-1)^2$

$25 = x^2 - 4x + 4 + y^2 - 2y + 1$

dvs $x^2 + y^2 - 4x - 2y = 20$

Start: 9.03

Oppg Bestem radius og sentrum til sirkelen gitt ved likningen

$$x^2 + y^2 - 2x + 6y = -9$$

Løsning $\underbrace{(x-1)^2}_{x^2-2x+1} + \underbrace{(y+3)^2}_{y^2+6y+9} = -9+1+9 = 1$

sentrum: $\underline{\underline{(1,-3)}}$, radius $= \sqrt{1} = \underline{\underline{1}}$

Ellipser

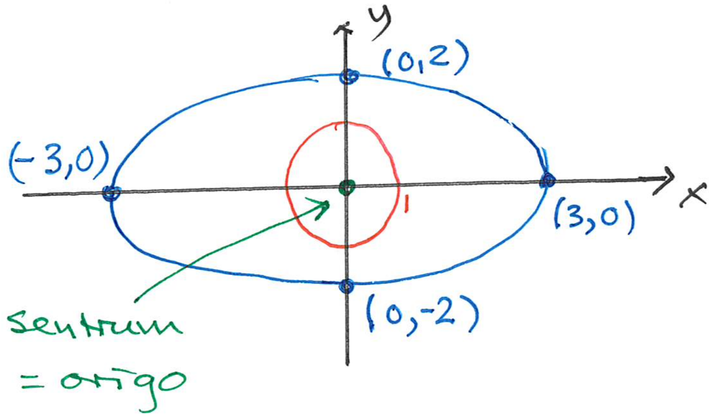
Eks $4x^2+9y^2=36$

x	3	-3	0	0
y	0	0	2	-2

Deler b.s. av likningen på 36:

$$\underbrace{\frac{4}{36}}_{=\frac{1}{9}}x^2+\underbrace{\frac{9}{36}}_{=\frac{1}{4}}y^2=1$$

$$\left(\frac{x}{3}\right)^2+\left(\frac{y}{2}\right)^2=1$$

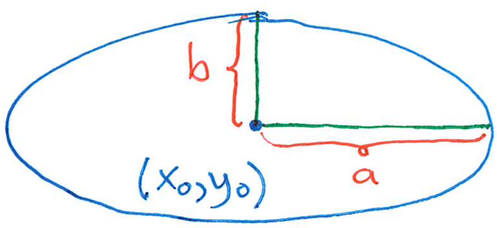


Dette minner om en sirkellikning, men x-aksen er strukket med faktor 3 og y-aksen —— " —— 2.

Generelt Enhver ellipse er løsningene på en likning på formen

$$\frac{(x-x_0)^2}{a^2}+\frac{(y-y_0)^2}{b^2}=1$$

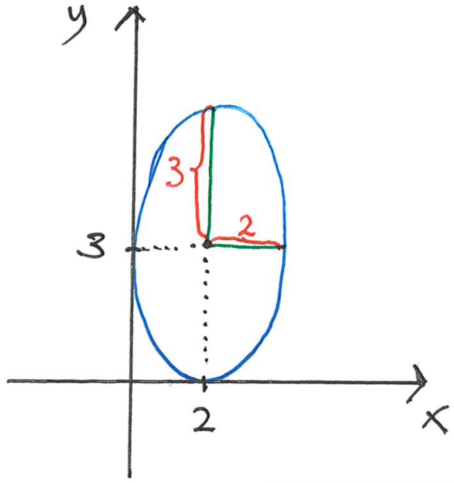
Her er (x_0, y_0) sentrum i ellipsen, og a og b er horisontal og vertikal halvakse



Eks $\quad \dfrac{(x-2)^2}{4} + \dfrac{(y-3)^2}{9} = 1$

Sentrum : $(2,3)$

halvakser : $\quad a = \sqrt{4} = 2$ og $b = \sqrt{9} = 3$



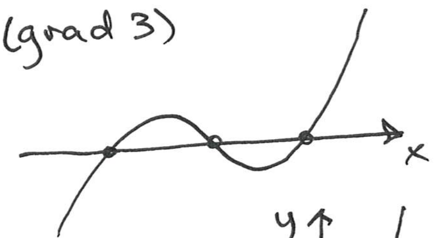
3. Polynomfunksjoner

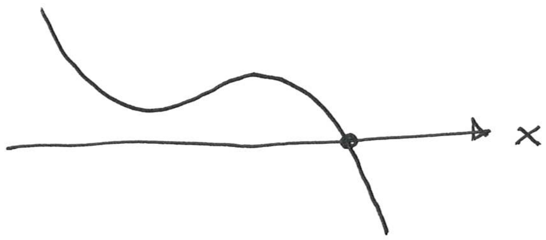
$$f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0 \qquad (a_n \neq 0)$$

er en polynomfunksjon av grad n.

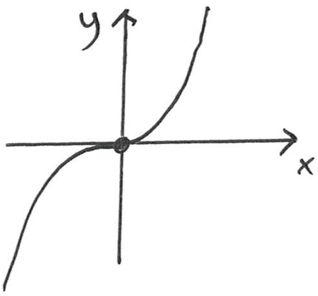
- $f(x)$ har maksimalt n røtter (nullpunkter)
- Hvis graden er et oddetall har $f(x)$ alltid minst én rot.

Eks (grad 3)

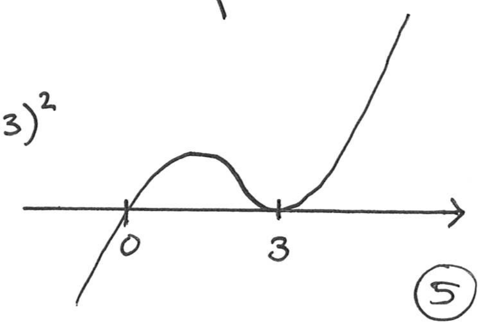




$f(x) = x^3$:

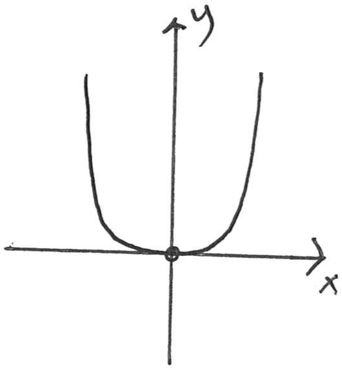


$f(x) = x(x-3)^2$



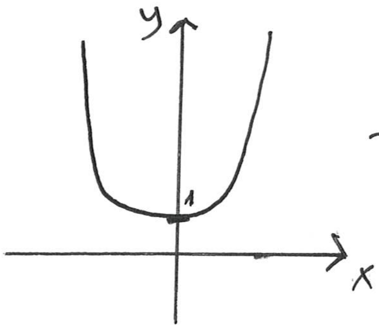
Eks (grad 4)

$f(x) = x^4$



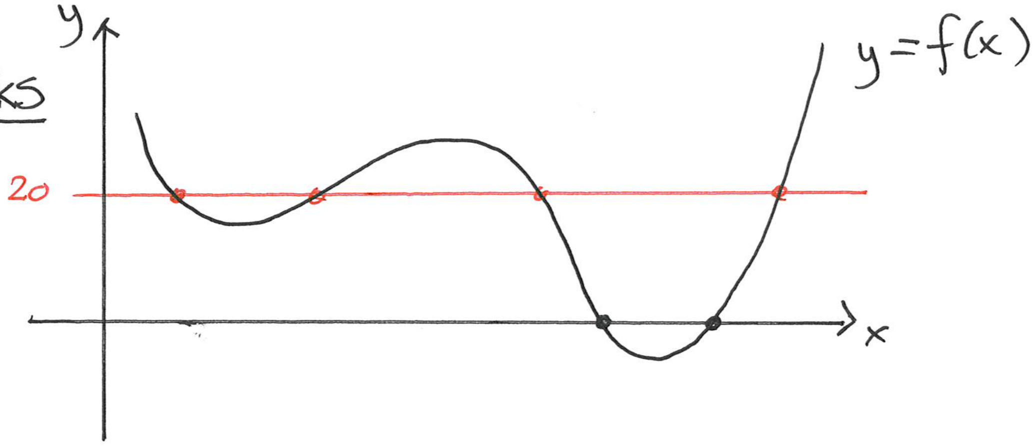
– én rot

$f(x) = x^4 + 1$



– ingen røtter

Eks



Likn: $f(x) = 20$ har 4 løsninger, dvs

$f(x) - 20 = 0$ ——— " ———, dvs 4 røtter

dvs at graden til $f(x) - 20$ er minst 4. Da er graden til $f(x)$ også minst 4 (samme grad som $f(x) - 20$)