MET 1180, forelesning 3, 1. sept. 2022, Rumar Ile

Plan: 1. Noen eksempler
2. Den totale nåverdien til en kontantstrøm

1. Noen eksempler

Oppg Verdien til Kåres leilighet øker med 10 % det første året og faller med 30 % det andre året. Beregn den relative verdiendringen for disse to årene tilsammen.

Løsning

Relativ verdiendring første år: $r_1 = 0{,}1$

——"—— andre år: $r_2 = -0{,}3$

Vekstfaktor for det første året: $1+r_1 = 1{,}1$

——"—— andre året: $1+r_2 = 0{,}7$

——"—— de to årene tilsammen:

$$(1+r_1)\cdot(1+r_2) = 1{,}1 \cdot 0{,}7 = 0{,}77$$

så relativ verdiendring for de to årene tilsammen er

$$0{,}77 - 1 = -0{,}23 = \underline{\underline{-23\,\%}}$$

Mønster Relative verdiendringer: $r_1, r_2, \ldots, r_n$ gir den kombinerte relative verdiendringen

$$\underbrace{(1+r_1)\cdot(1+r_2)\cdot\ldots\cdot(1+r_n)}_{\text{vekstfaktor for den samlede endringen}} - 1$$

Eks Innskudd $B_0 = 50\,000$

Rente $r = 4\,\%$ (årlig forrentning)

Etter 5 år er balansen

$$50\,000 \cdot (1 + 4\,\%)^5 = \underline{\underline{60\,832{,}65}}$$

Kalkulator: $50\,000 \boxed{\times} 1{,}04 \boxed{y^x} 5 \boxed{=}$

Oppg Innskudd 50 000

Nominell rente 4 %

Månedlig forrentning

a) Beregn balansen etter 5 år

b) Bestem den effektive renten

Løsning

a) Etter 5 år er balansen

$$50\,000 \cdot \left(1 + \frac{4\,\%}{12}\right)^{12 \cdot 5}$$

$$= 50\,000 \cdot \left(1 + \frac{0{,}04}{12}\right)^{60} = \underline{\underline{61\,049{,}83}}$$

b) Effektiv rente r_{eff} = den årlige renten som gir samme balanse

Den årlige vekstfaktoren

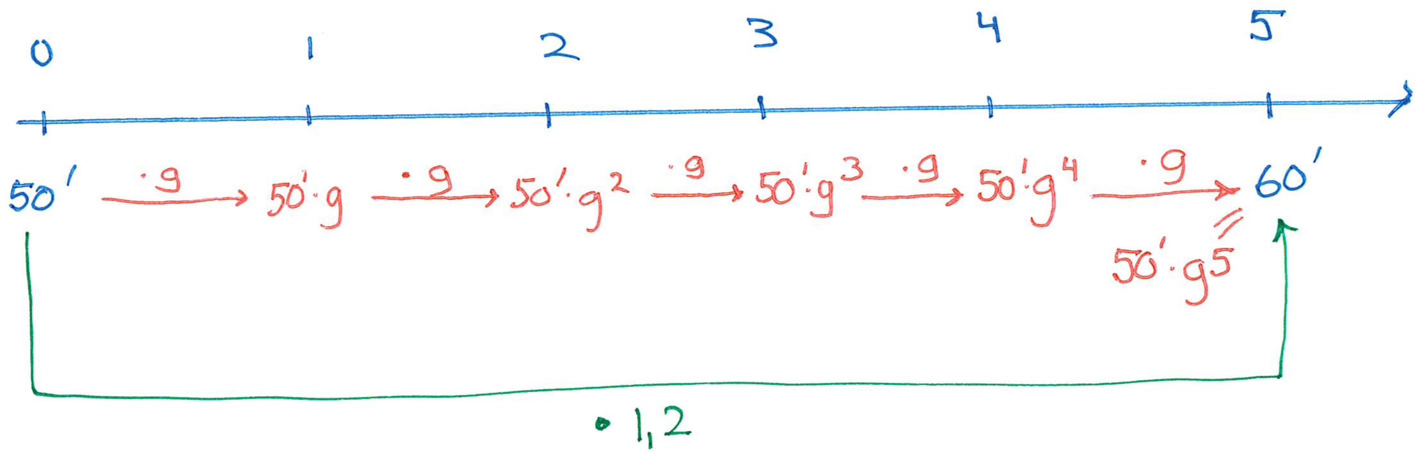
$$1 + r_{eff} = \left(1 + \frac{4\,\%}{12}\right)^{12} = 1{,}040742$$

så $\underline{\underline{r_{eff} = 4{,}0742\,\%}}$

Oppg Etter 5 år med renter (årlig forrentning) har innskuddet på 50 000 vokst til 60 000. Beregn den effektive renten.

Løsning Den 5-årige vekstfaktoren er

$$1 + \frac{60\,000 - 50\,000}{50\,000} = 1{,}2$$



La g være den årlige vekstfaktoren.

Da vil $50\,000 \cdot g^5 = 60\,000$

$$g^5 = \frac{60\,000}{50\,000} = 1{,}2$$

$$g = (g^5)^{\frac{1}{5}} = (1{,}2)^{\frac{1}{5}} \quad \left(= \sqrt[5]{1{,}2}\right)$$

$$= 1{,}2^{0{,}2}$$

$$= 1{,}03714$$

Så $\underline{\underline{r_{eff} = 3{,}714\,\%}}$

Start: 9.08

2. Den totale nåverdien til en kontantstrøm

Nåverdien til et beløp (K) som betales n år fra nå med rente r

= hva du må sette på konto i dag (K_0) for at balansen skal være K om n år hvis renten er r

Fordi $K_0 \cdot (1+r)^n = K$ så vil

$$K_0 = \frac{K}{(1+r)^n}$$

EKS 50 000 (K) 3 år fra nå med 4% rente har nåverdi

$$K_0 = \frac{50\,000}{1,04^3} = \underline{\underline{44\,449,82}}$$

Vi kan utvide dette til kontantstrømmer (flere betalinger kombinert)

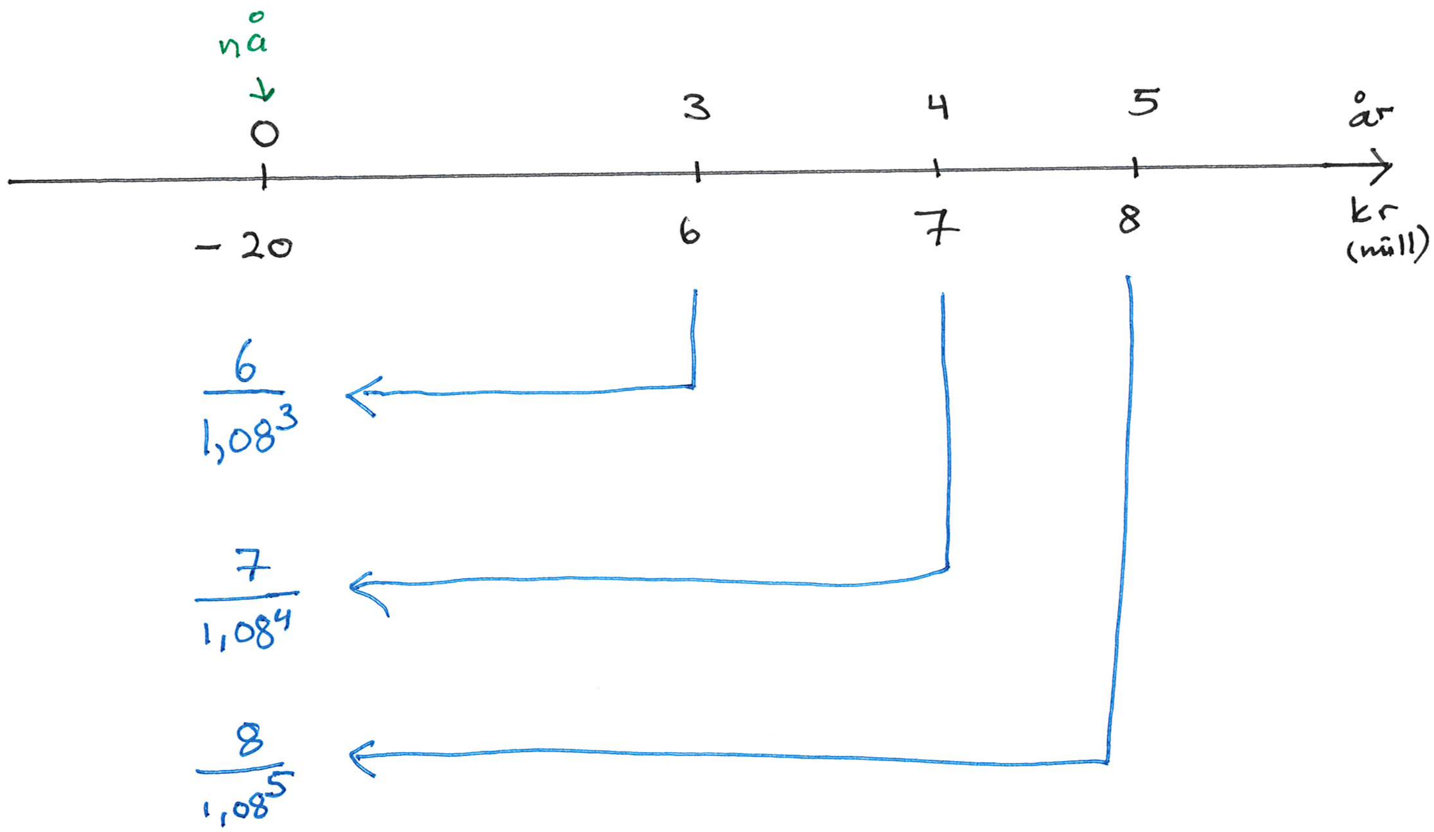
EKS Du betaler 20 mill i dag, og får tilbake

6 mill. etter 3 år

7 mill etter 4 år

8 mill etter 5 år

Med 8 % rente er (den totale) nåverdien til kontantstrømmen summen av nåverdiene til hver av betalingene:



Summen av nåverdiene = den totale nåverdien til kontantstrømmen

$$= -20 + \frac{6}{1,08^3} + \frac{7}{1,08^4} + \frac{8}{1,08^5} = \underline{\underline{-4,65}}$$

(dårlig investering)

– får ikke 8% avkastning på denne investeringen.

Med disse tilbakebetalingsbeløpene kan låntager få låne 15,35 mill

Evt. kan låntager betale ytterligere

$4,65 \cdot 1,08^6$ mill ekstra etter 6 år.

Internrenten til kontantstrømmen er den renten som gjør at nåverdien til kontantstrømmen blir 0.

Generelt vanskelig å beregne internrenten for hånd

I dette ~~eks~~ eksempelet må vi løse likningen

$$f(x) = -20 + \frac{6}{(1+x)^3} + \frac{7}{(1+x)^4} + \frac{8}{(1+x)^5} = 0$$

(Svar: $x \approx 1,12\ \%$)