

Veiledningsoppgaver

Oppgave 1.

Bruk Lagranges metode til å finne kandidater for maksimum og/eller minimum:

- a) $\max / \min f(x,y) = 3x - y$ når $x^2 + 4y^2 = 37$ b) $\max / \min f(x,y) = x^2 + 4y^2$ når $3x - y = 37$
c) $\max / \min f(x,y) = xy$ når $x^2 + 4y^2 = 8$ d) $\max / \min f(x,y) = 4x^2 + 9y^2$ når $xy = 6$
e) $\max f(x,y) = x^2y^2 - x^2 - y^2 + 16$ når $x^2 + y^2 = 16$ f) $\max f(x,y) = x^2y^2 - x^2 - y^2 + 16$ når $xy = 4$

Oppgave 2.

Finn maksimum/minimum, hvis det eksisterer:

- a) $\max / \min f(x,y) = 3x - y$ når $x^2 + 4y^2 = 37$ b) $\max / \min f(x,y) = x^2 + 4y^2$ når $3x - y = 37$
c) $\max / \min f(x,y) = xy$ når $x^2 + 4y^2 = 8$ d) $\max / \min f(x,y) = 4x^2 + 9y^2$ når $xy = 6$
e) $\max f(x,y) = x^2y^2 - x^2 - y^2 + 16$ når $x^2 + y^2 = 16$ f) $\max f(x,y) = x^2y^2 - x^2 - y^2 + 16$ når $xy = 4$

Oppgave 3.

Løs Lagrange-problemet: $\max U(x,y) = 0.3 \ln(x-3) + 0.7 \ln(y-2)$ når $12x + 5y = 60$.

Oppgave 4.

Eksamen MET1180 (Desember 2015) Oppgave 5

Vi betrakter nivåkurven $g(x,y) = 0$, hvor g er funksjonen $g(x,y) = x^3 + xy + y^2$.

- a) Finn alle punkt på nivåkurven med $x = -2$, og bestem tangenten i hvert av disse punktene.
b) Finn maksimumsverdien til $f(x,y) = x$ under bibetingelsen $x^3 + xy + y^2 = 0$.

Oppgave 5.

Eksamen MET1180 (Juni 2016) Oppgave 5

Vi betrakter Lagrange-problemet $\max / \min f(x,y) = x + 2y - \sqrt{36 - x^2 - 4y^2}$ når $x^2 + 4y^2 = 36$.

- a) Finn punktene på nivåkurven $x^2 + 4y^2 = 36$ der tangenten har stigningstall $y' = 1/2$.
b) Tegn en skisse av $D = \{(x,y) : x^2 + 4y^2 = 36\}$. Er D begrenset? Hva slags kurve er dette?
c) Løs Lagrange-problemet og finn maksimums- og minimumsverdien.
d) Løs det nye optimeringsproblemet vi får når vi endrer bibetingelsen til $x^2 + 4y^2 \leq 36$.

Oppgave 6.

Vanskelig!

Løs Lagrangeproblemet $\max f(x,y) = x + y$ når $x^3 - 3xy + y^3 = 0$. Du kan gå ut i fra at problemet har et maksimum.

Læreboken [E]: Eriksen, *Matematikk for økonomi og finans*
Oppgaveboken [O]: Eriksen, *Matematikk for økonomi og finans - Oppgaver og Løsningsforslag*

Oppgaver: [E] 7.6.3 - 7.6.6
Fullstendig løsning: Se [O] Kap 7.6

Oppgaver fra læreboken

Svar på veiledningsoppgaver

Oppgave 1.

- a) $(x,y;\lambda) = (6, -1/2; 1/4), (-6, 1/2; -1/4)$ b) $(x,y;\lambda) = (12, -1; 8)$
c) $(x,y;\lambda) = (2, 1; 1/4), (-2, -1; 1/4), (2, -1; -1/4), (-2, 1; -1/4)$
d) $(x,y;\lambda) = (3, 2; 12), (-3, -2; 12)$ e) $(x,y;\lambda) = (\pm 2\sqrt{2}, \pm 2\sqrt{2}; 7), (\pm 4, 0; -1), (0, \pm 4; -1)$
f) $(x,y;\lambda) = (2, 2; -2), (-2, -2; -2)$

Oppgave 2.

- a) $f_{\max} = 37/2, f_{\min} = -37/2$ b) $f_{\min} = 148$ (har ikke maksimum)
c) $f_{\max} = 2, f_{\min} = -2$ d) $f_{\min} = 72$ (har ikke maksimum)
e) $f_{\max} = 64, f_{\min} = 0$ f) $f_{\max} = 24$ (har ikke minimum)

Oppgave 3.

Vi finner maksimumspunkt $(x,y) = (67/20, 99/25)$, maksimumsverdi $f_{\max} = 1.7 \ln(1.4) - 0.6 \ln(2)$ med $\lambda = 1/14$.

Oppgave 4.

- a) $y = -8x/3 - 4/3$ i $(-2, 4)$ og $y = 5x/3 + 4/3$ i $(-2, -2)$
b) $f_{\max} = 1/4$

Oppgave 5.

- a) $(3\sqrt{2}, -3\sqrt{2}/2), (-3\sqrt{2}, 3\sqrt{2}/2)$
b) Ja, ellipse med halvaksler $a = 6$ og $b = 3$ med sentrum $(0,0)$
c) $f_{\max} = 6\sqrt{2}, f_{\min} = -6\sqrt{2}$
d) $f_{\max} = 6\sqrt{2}, f_{\min} = -6\sqrt{3}$

Oppgave 6.

$f_{\max} = 3$