Veiledningsoppgaver

Oppgave 1.
Vi betrakter Lagrange-problemet

$$\min f(x,y) = x^2 + y^2 - 4y \quad \text{når} \quad 2x + y^2 = -1$$

a) Lag en skisse av kurven $2x + y^2 = -1$, og avgjør om dette er en begrenset mengde.

b) Skriv ned Lagrange-betingelsene, og finn alle punkter $(x,y;\lambda)$ som oppfyller betingelsene.

c) Løs Lagrange-problemet og finn minimumsverdien, hvis den eksisterer.

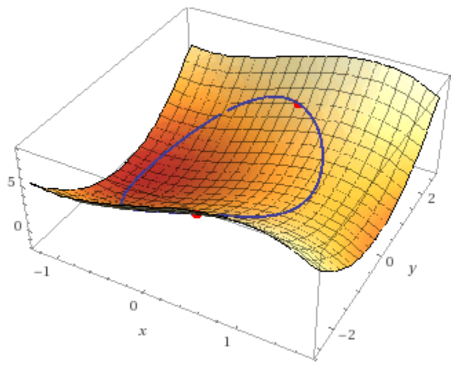
Oppgave 2.
Vi ser på funksjonen definert ved $f(x,y) = y^2 - x^3 + 3x$, og kaller nivåkurven til f som går gjennom punktet $(x,y) = (-1,2)$ for C.

a) Finn alle stasjonære punkt for f, og klassifiser disse punktene.

b) Finn tangenten til C i punktet $(x,y) = (-1,2)$. Skjærer tangenten C i noen andre punkter?

c) Skisser kurven i xy-planet gitt ved $4x^2 + y^2 = 4$. Hva slags kurve er dette? Er den begrenset?

d) Løs optimeringsproblemet: $\max f(x,y) = y^2 - x^3 + 3x$ når $4x^2 + y^2 = 4$



Oppgave 3.
Løs Lagrangeproblemet: $\min f(x,y) = x$ når $y^2 - x^3 + 3x = 2$

Oppgave 4.
Vi ser på funksjonen definert ved $f(x,y) = x^2 + y^2 - x^2y^2$.

a) Finn alle stasjonære punkt for f, og klassifiser dem.

b) Bestem globale maksimums- eller minimumsverdier for f, hvis de finnes.

c) Løs optimeringsproblemet: $\min f(x,y) = x^2 + y^2 - x^2y^2$ når $xy = 1$.

d) Estimer minimumsverdien til $\min f(x,y) = x^2 + y^2 - x^2y^2$ når $xy = a$.

Oppgave 5.
Vi ser på funksjonen definert ved $f(x,y) = x^2y + xy^3 + xy^2$.

a) Regn ut f'_x og f'_y og finn alle stasjonære punkt for f.

b) Er (0,0) et sadelpunkt? Begrunn svaret.

c) Finn alle lokale maksima og minima for f.

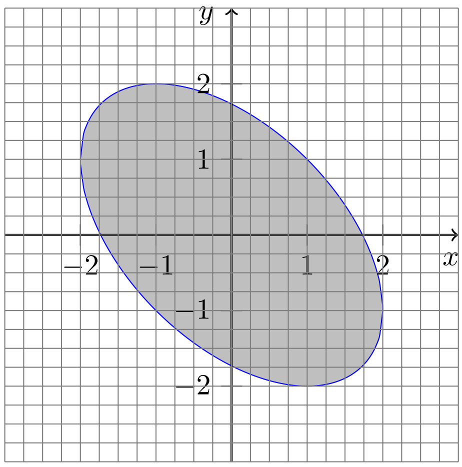
d) La $D = \{(x,y) : 0 \leq x \leq 1 \text{ og } 0 \leq y \leq 1\}$. Finn maksimums- og minimumsverdien til f på D.

Oppgave 6.
I figuren nedenfor er den blå kurven gitt ved likningen $g(x,y) = a$, og det markerte området er gitt ved ulikheten $g(x,y) \leq a$. Vi ser på maksimumsproblemet

$$\max f(x,y) = x + y \text{ når } g(x,y) \leq a$$

a) Vis at maksimumsproblemet har en løsning som ligger på den blå kurven.

b) Bruk figuren til å estimere maksimumsverdien. Begrunn svaret.



Svar på veiledningsoppgaver

Oppgave 1.

a) Parabel (rotert). Ikke begrenset.

b) $(-1{,}1; -1)$

c) $f_{\min} = -2$

Oppgave 2.

a) (1,0) sadelpunkt, (−1,0) lokalt minimum

b) $y = 2$, skjærer også i (2,2)

c) Ellipse, begrenset

d) $f_{\max} = 122/27$

Oppgave 3.

$f_{\min} = -2$

Oppgave 4.

a) (0,0) lokalt minimum $(\pm 1, \pm 1)$ fire sadelpunkt

b) hverken maksimum eller minimum

c) $f_{\min} = 1$

d) $f^*(a) \approx 1$ for a nært 1

Oppgave 5.

a) (0,0), $(0, -1)$, $(3/25, -3/5)$

b) Ja

c) $(3/25, -3/5)$ lokalt maksimum

d) $f_{\max} = 3$, $f_{\min} = 0$

Oppgave 6.

a) Kompakt, ingen stasjonære punkter

b) $f_{\max} \approx 2$