# MET 1181, 11. forelesning, 3. okt. 2023, Runar Ile

Plan
1. Kvadratiske funksjoner og parabler med oppg 5a–e, 7a og 8b.
2. Inntekt, kostnad og overskudd (profitt) med oppg 9.

## 1. Kvadratiske funksjoner og parabler

5a) Fordi vi har to klare nullpunkter er

$$f(x) = a(x-\underbrace{r_1})(x-\underbrace{r_2}) = a(x-2)(x-5)$$

nullpunkter

For å finne a: $f(0)=5$ dvs $a\cdot(0-2)\cdot(0-5)=5$

$a \cdot 10 = 5$

$a = \frac{5}{10} = \frac{1}{2} = 0{,}5$

Altså $\underline{\underline{f(x) = \frac{1}{2}(x-2)(x-5)}}$

– kunne også brukt $f(7)=5$ osv.

5b) Vi ser at $x=2$ er et nullpunkt og $x=-\frac{1}{2}$ er symmetriaksen $(f(-1)=6=f(0))$

Da må det andre nullpunktet være $-\frac{1}{2}-2{,}5=-3$. Altså er $f(x)=a(x-2)(x+3)$

For å finne a: Ser at $f(0)=6$ dvs

$a\cdot(0-2)\cdot(0+3)=6$

$a\cdot(-6)=6$

$a=\frac{6}{-6}=-1$

så $\underline{\underline{f(x) = -(x-2)(x+3)}}$

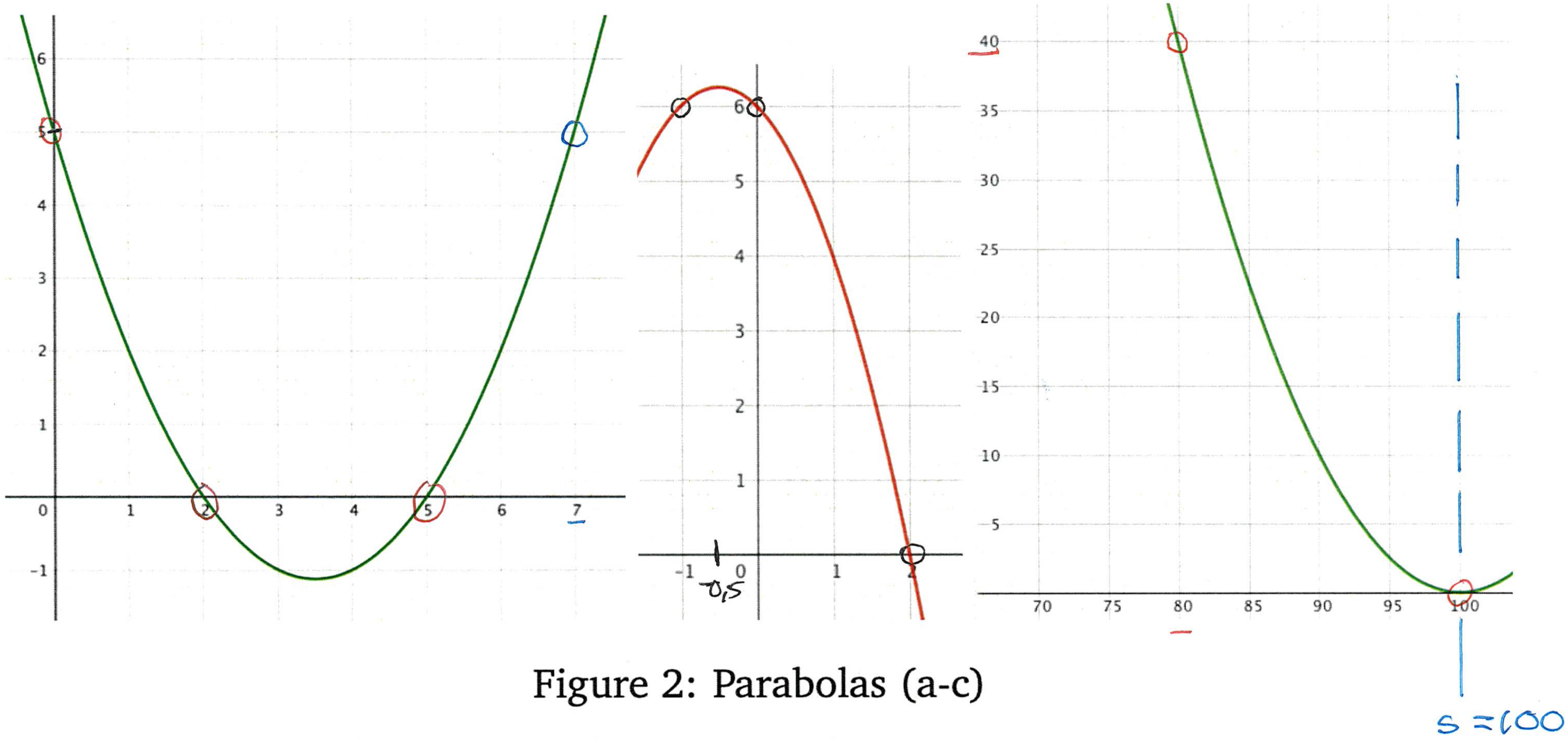



Figure 2: Parabolas (a-c)

5c) Vi ser at $x = 100$ er en dobbelrot, så

$f(x) = a \cdot (x-100)(x-100) = a(x-100)^2$

Finner a : Fordi $(80, 40)$ ligger på grafen

vil $f(80) = 40$ dvs $a \cdot (80-100)^2 = 40$

dvs $a \cdot (-20)^2 = 40$

$a \cdot 400 = 40$

$a = \frac{40}{400} = \frac{1}{10}$

$= 0{,}1$

Så $f(x) = \frac{1}{10}(x-100)^2$

Dette er std. formen $f(x) = a(x-s)^2 + d$

med $\begin{cases} a = \frac{1}{10} \\ s = 100 \\ d = 0 \end{cases}$

5d) Vi ser at $x = 1$ gir symmetriaksen

og at maks. verdien er $y = -1$

Da er $f(x) = a(x-1)^2 - 1$ $\quad (= a(x-s)^2 + d)$

Finner a: Fordi $(0, -2)$ ligger på grafen får vi

$f(0) = -2$, dvs $a \cdot (0-1)^2 - 1 = -2$

$a - 1 = -2$

$a = -2 + 1 = \underline{-1}$

Altså $\underline{\underline{f(x) = -(x-1)^2 - 1}}$

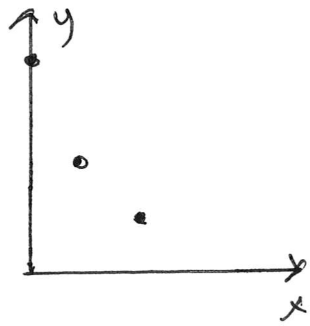
5e) Symmetriaksen er $x = -3$
minimumsverdien er $y = 4{,}25$ } $f(x) = a(x+3)^2 + 4{,}25$

Finner a: Fordi $(-2,\ 4{,}5)$ ligger på grafen
får vi $f(-2) = 4{,}5$ dvs

$$a \cdot (-2+3)^2 + 4{,}25 = 4{,}5$$
$$a = 4{,}5 - 4{,}25 = 0{,}25$$

Så $\underline{\underline{f(x) = 0{,}25 \cdot (x+3)^2 + 4{,}25}}$

7a) Tre punkter på grafen: $P = (0, 7)$
Vet lite, bruker formen $Q = (1, 4)$
$f(x) = ax^2 + bx + c$ $R = (2, 3)$




P: $f(0) = a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c = 7$
$$\underline{c = 7}$$

Q: $f(1) = 4$, dvs $a \cdot 1^2 + b \cdot 1 + 7 = 4$
$$\boxed{a + b = -3} \quad (1)$$

R: $f(2) = 3$, dvs $a \cdot 2^2 + b \cdot 2 + 7 = 3$
$$\boxed{4a + 2b = -4} \quad (2)$$

Løser dette likningssystemet

Fra (1) får vi $4a + 4b = -12$ (mult. (1) med 4)
trekker fra (2) $4a + 2b = -4$

$$2b = -8 \quad \text{så } \underline{b = -4}$$

Fra (1) $a = -3 + 4 = \underline{1}$

Så $\underline{f(x) = x^2 - 4x + 7}$

start 15.02

3

8b) $f(x) = 3x^2 + 36x + 110$. Hvordan fullføre kvadratet?

Merk at $3x^2 + 36x = 3(x^2 + 12x)$. Fullfører kvadr.

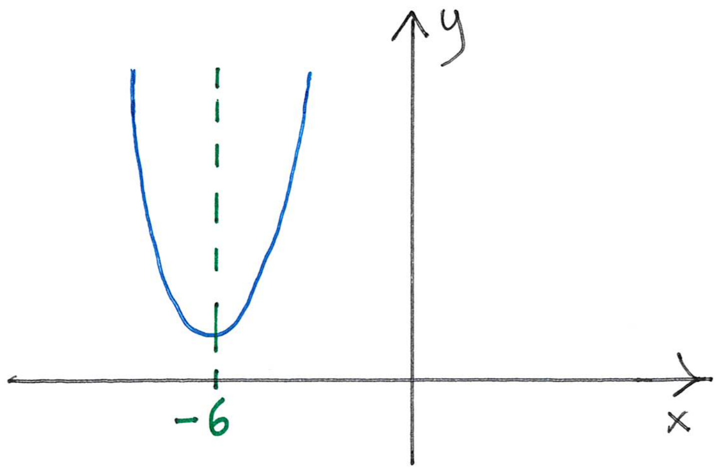
av $x^2 + 12x = (x+6)^2 - 36$ slik at

$$f(x) = 3\left[(x+6)^2 - 36\right] + 110$$

$$= 3(x+6)^2 - 108 + 110$$

$$= \underline{\underline{3(x+6)^2 + 2}} \qquad (a(x-s)^2 + d)$$

spesielt er $a = 3$, $s = -6$, $d = 2$




$\boxed{\text{Sammendrag – andregradsfunksjoner}}$

3 standardformer

A) Hvis vi kjenner røttene: $a(x-r_1)(x-r_2)$

B) Hvis vi kjenner symmetriaksen og maks (min)-verdien

$$f(x) = a(x-s)^2 + d$$

C) Andre tilfeller: $f(x) = ax^2 + bx + c$

## 2. Inntekt, kostnad og overskudd (profitt)

$x$ = antall produserte og solgte enheter

$p$ = enhetspris, så inntektsfunksjon $I(x) = p \cdot x$

Bestem $p$ slik at det blir positiv profitt akkurat for $x > 300$.

a) Kostnadsfunksjonen er $K(x) = 2100 + 5x$

Profittfunksjonen $P(x) = I(x) - K(x)$

$= p \cdot x - (2100 + 5x) = (p-5)x - 2100$

Ulikheten $P(x) > 0$ skal ha løsningsmengde

$x > 300$ dvs $x \in \langle 300, \rightarrow \rangle$

Vi løser ulikheten $P(x) > 0$ dvs

$(p-5)x - 2100 > 0 \quad | + 2100$

$(p-5)x > 2100 \quad | : (p-5)$

dvs

To tilfeller:

$\underline{p-5 < 0}$ gir $x < \dfrac{2100}{p-5}$ som er et negativt tall

Men ant. prod. og solgte enheter må være større eller lik 0 – så ingen løsninger i dette tilfellet.

$\underline{p-5 > 0}$ gir $x > \dfrac{2100}{p-5}$ Vil at denne løsningsmengden er $x > 300$. Så $\dfrac{2100}{p-5} = 300$

Løser likn. for $p$ og får $p - 5 = \dfrac{2100}{300} = 7$

så $p = 7 + 5 = \underline{\underline{12}}$

b) Kostnadsfunksjonen er $K(x) = 4500 - 5x + 0{,}01x^2$ med $x \in [0, 1000]$

Da er profittfunksjonen

$$P(x) = p \cdot x - (4500 - 5x + 0{,}01x^2)$$

løser opp og trekker sammen

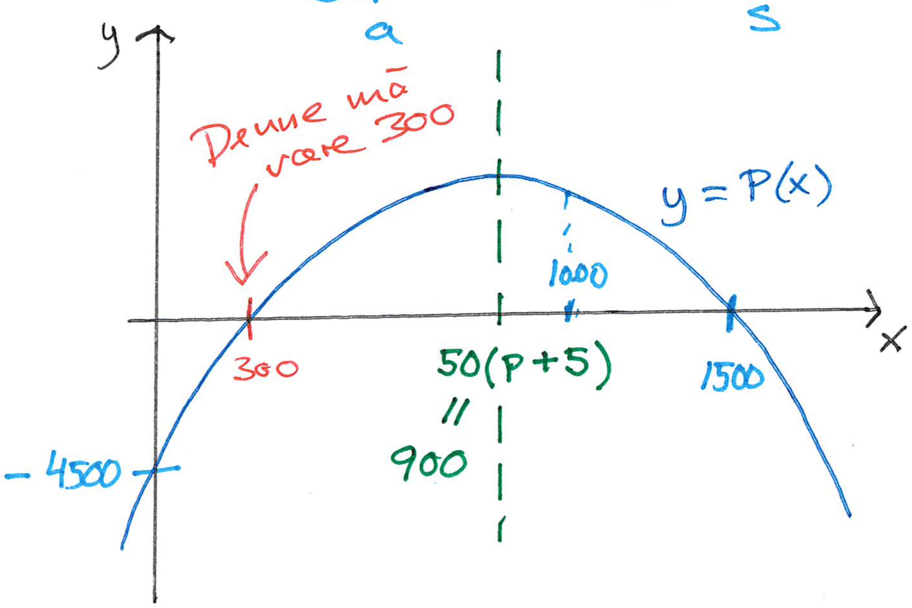
$$= -0{,}01x^2 + (p+5)x - 4500$$

$$= -0{,}01\left(x^2 - 100(p+5)x\right) - 4500$$

$$\downarrow :2$$

$$= -0{,}01\left(\left[x - 50(p+5)\right]^2 - 50^2(p+5)^2\right) - 4500$$

$$= \underbrace{-0{,}01}_{a}\left[x - \underbrace{50(p+5)}_{s}\right]^2 + \underbrace{25(p+5)^2 - 4500}_{d}$$




Vil finne tallet $p$ som gjør at den minste roten til $P(x)$ blir 300

Løser likningen $P(300) = 0$ for $p$

dvs $-0{,}01 \cdot 300^2 + (p+5) \cdot 300 - 4500 = 0$

$$(p+5) \cdot 300 = 4500 + 900 = 5400$$

$$p + 5 = \frac{5400}{300} = 18$$

så $p = 18 - 5 = \underline{\underline{13}}$

**NB:** Positiv profitt for $x \in \langle 300, 1000]$ (se på grafen)