MET 1180, 9. forelesning, 21. sept. 2023, Runar Ile

Plan 1. Rasjonale likninger
2. Irrasjonale likninger
3. Ulikheter

## 1. Rasjonale likninger

En rasjonal likning: $\frac{p(x)}{q(x)} = 0$ (std. form)

- her er $p(x)$ og $q(x)$ polynomer.

Eks $\frac{x+1}{(x-1)(x+3)} = 0$ Da er $x+1=0$ og $(x-1)(x+3) \neq 0$ dvs $x \neq 1$, $x \neq -3$

Så $\underline{\underline{x=-1}}$ er eneste løsning

Eks (Oppg 10a fra forrige uke)

Likn. $1 + x + x^2 + x^3 + \dots + x^{99} = 0$

VS er en geometrisk rekke med

første ledd $a_1 = 1$, multiplikator $k = x$, antall ledd $n = 100$

Da gir formelen VS i likningen: $1 \cdot \frac{x^{100}-1}{x-1} = 0$ (*)

dvs $x^{100} - 1 = 0$ og $x - 1 \neq 0$

dvs $x^{100} = 1$ og $x \neq 1$

dvs $x = \pm 1^{\frac{1}{100}} = \pm 1$ og $x \neq 1$

Så $x = -1$ er eneste løsning på (*)

Må sjekke $x = 1$ separat:

$VS = 1 + 1 + 1^2 + 1^3 + \dots + 1^{99} = 100 \neq HS = 0$

Så $\underline{\underline{x=-1}}$ er eneste løsning på den gitte likningen

Eks $\dfrac{x+1}{(x-1)(x+3)} = 2 \quad | -2 \qquad (x \neq 1 \;,\; x \neq -3)$

$$\frac{x+1}{(x-1)(x+3)} - 2 = 0$$

Setter på felles nevner: Multipliserer $-2$ med $\dfrac{(x-1)(x+3)}{(x-1)(x+3)} = 1$

$$\frac{x+1 - 2(x-1)(x+3)}{(x-1)(x+3)} = 0$$

løser opp og trekker sammen telleren

$$\frac{x+1 - 2(x^2+2x-3)}{(x-1)(x+3)} = 0$$

$$\frac{-2x^2-3x+7}{(x-1)(x+3)} = 0$$

– finner nullpunktene (røttene) til telleren og sjekker at de ikke er 1 eller $-3$.

---

## 2. Irrasjonale likninger

– den ukjente (x-en) står under en rot!

Eks $2\cdot\sqrt{x+1} = x-2 \qquad (x \geq -1 \,,\, \text{faktisk } x \geq 2)$

kvadrerer begge sider

$$4\cdot(x+1) = (x-2)^2 = (x-2)(x-2) = x^2-4x+4$$

$$4x+\cancel{4} = x^2-4x+\cancel{4} \qquad | -4 \; -4x$$

$$x^2-8x=0 \qquad \text{Så } \underline{x=0} \text{ el. } \underline{x=8}$$

$$x(x-8)=0 \qquad \text{(kandidater)}$$

Vi må teste kandidatene :

$x = 0$ VS : $2 \cdot \sqrt{0+1} = 2\sqrt{1} = 2$
HS : $0 - 2 = -2$
ikke like ! $x = 0$ er ikke en løsning

$x = 8$ VS : $2 \cdot \sqrt{8+1} = 2\sqrt{9} = 6$
HS : $8 - 2 = 6$
er like ! – så $x = 8$ er eneste løsning

Start : 9.00

## 3. Ulikheter

$-2 < -1$ leses : „minus to er mindre enn minus en"

$\frac{1}{9} > \frac{1}{12}$ leses : „en nidel er større enn en tolvdel"

også $\leq$ og $\geq$

- En ulikhet er en påstand om at ett uttrykk (tall) er mindre enn/større enn ... enn et annet uttrykk (tall).
- Løsningene på ulikheten er de x-verdiene som gjør påstanden sann.

Eks $x - 1 \geq 2$
- er sann hvis $x = 5$ fordi $5 - 1 \geq 2$ er sant
- er usann hvis $x = 2$ fordi $2 - 1 \ngeq 2$ er usant

Alle løsningene : $x \geq 3$ – uendelig mange løsninger

Kan også skrives slik: $x \in [3, \infty\rangle$

og slik: $x \in [3, \rightarrow\rangle$

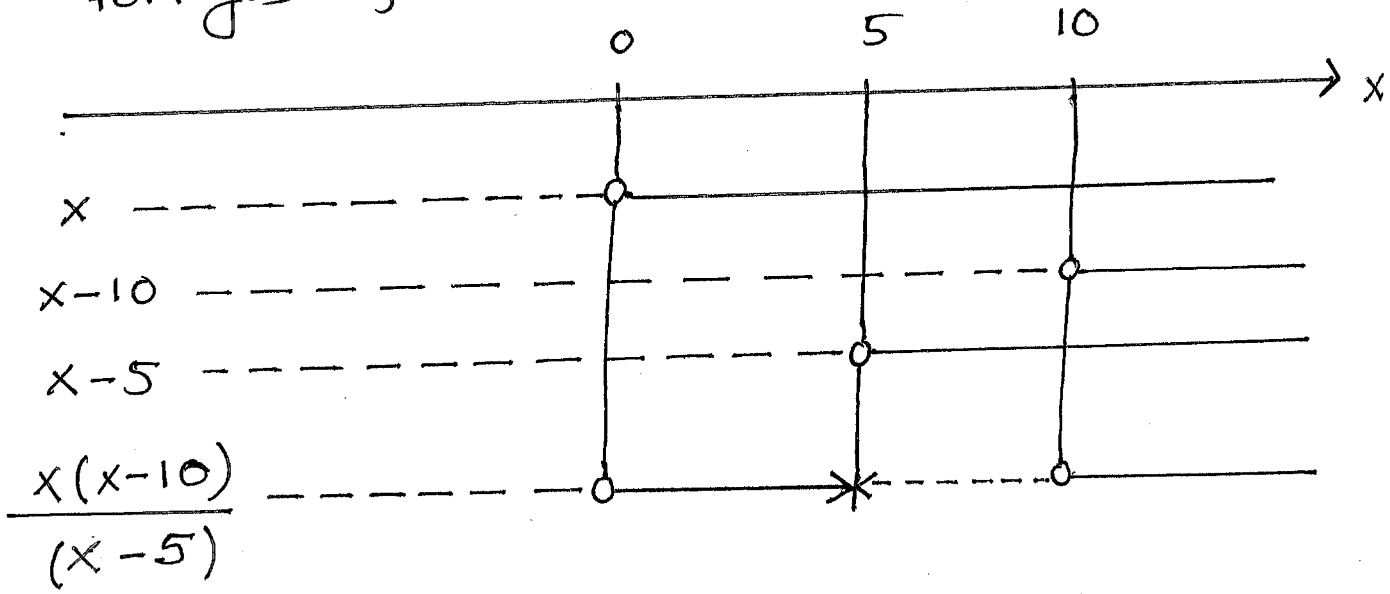
<u>Eks</u> Løs ulikheten $\dfrac{x(x-10)}{(x-5)} \geq 0$

<u>Løsning</u> Fordi vi har 0 på HS og én ferdig faktorisert brøk på VS kan vi bruke fortegnsskjema.

Merk : Nullpunktene i teller : $x=0$ , $x=10$

——— " ——— nevner : $x=5$

Fortegnsskjema :




dvs (løsning) $\underline{\underline{0 \leq x < 5 \text{ eller } x \geq 10}}$

alternativ skrivemåte $\underline{\underline{x \in [0, 5\rangle \text{ eller } x \in [10, \rightarrow\rangle}}$

<u>Eks</u> (Fagprøve 2020h)

Løs ulikheten $\dfrac{2x-12}{(x-3)(x+4)} \geq 1$

**Løsning** Vi har ikke 0 på HS og kan derfor ikke bruke fortegnsskjema.
Trekker fra 1 på BS og lager felles nevner:

$$\frac{2x-12}{(x-3)(x+4)} - 1 \cdot \overbrace{\boxed{\frac{(x-3)(x+4)}{(x-3)(x+4)}}}^{1} \geq 0$$

Skriver VS som én brøk:

$$\frac{2x-12-(x-3)(x+4)}{(x-3)(x+4)} \geq 0$$

Løser opp og trekker sammen teller.

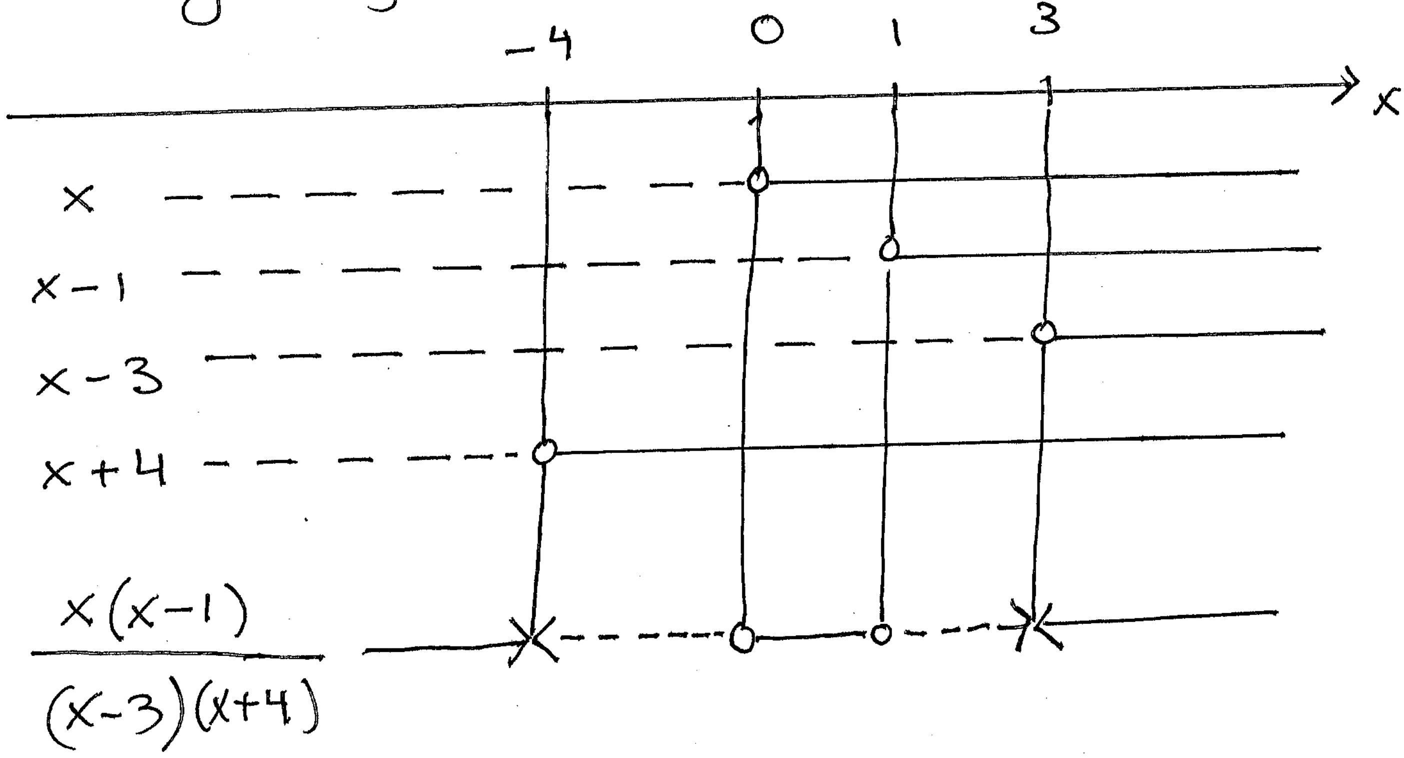
$$\frac{2x-12-(x^2+x-12)}{(x-3)(x+4)} \geq 0$$

$$\frac{-x^2+x}{(x-3)(x+4)} \geq 0$$

$$\frac{x(-x+1)}{(x-3)(x+4)} \geq 0 \qquad \bigg| \cdot (-1)$$

$$\frac{x(x-1)}{(x-3)(x+4)} \leq 0$$

Fortegnsskjema:




Så $\underline{\underline{-4 < x \leq 0}}$ eller $\underline{\underline{1 \leq x < 3}}$