

I came to the position that mathematical analysis is not one of the many ways of doing economic theory: it is the only way.

R. Lucas

Forelesning 15 – 16

Kap 4.1-4: Tangenter, derivasjon og derivasjonsregler.

[L] 4.1.1-9	Midtveiseksamen 2015h oppg 10
[L] 4.2.1-3	Midtveiseksamen 2016h oppg 11
[L] 4.3.1-13	Midtveiseksamen 2017v oppg 9
[L] 4.4.1-3	Midtveiseksamen 2018v oppg 9

Oppgaver for veiledningstimen torsdag 19/10 i D1-065/70

Oppgave 1 Tegn en grov skisse av grafene til **to** forskjellige funksjoner $f(x)$ med de oppgitte dataene. NB: Du skal ikke finne noe funksjonsuttrykk!

- a) $f(5) = 10, f'(5) = -1$
- b) $f(3) = 5, f'(3) = 2, f(5) = 5, f'(5) = 0$
- c) $f(10) = 100, f'(10) = 0,5, f(20) = 40, f'(20) = 2, f'(30) = 0$
- d) $f(1) = 3, f'(3) = -0,2, f(5) = 4, f'(7) = \frac{2}{3}$

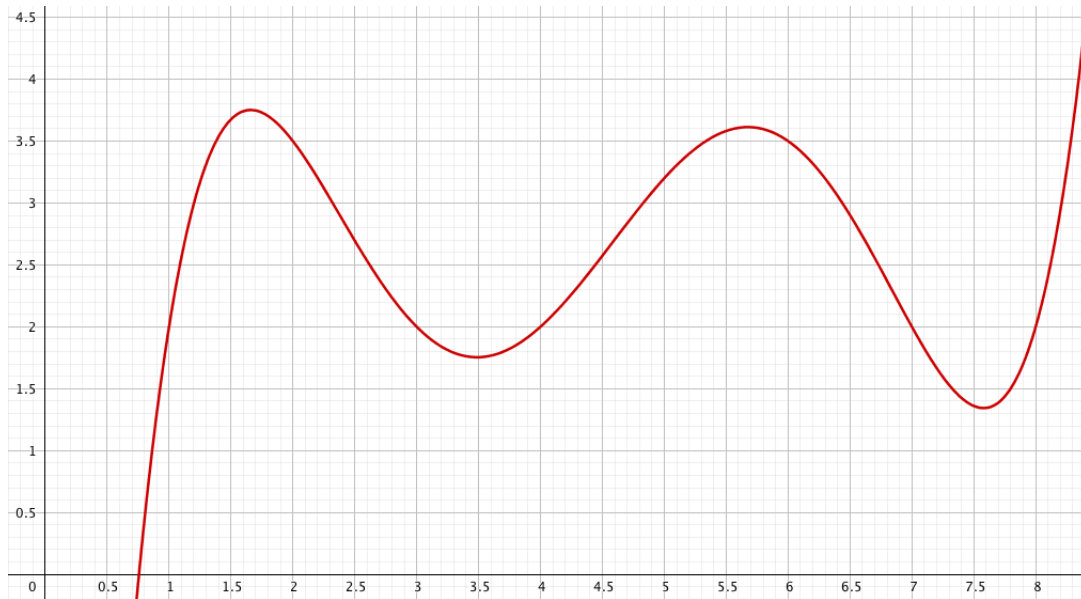
Oppgave 2 Anta at $f(x) = g(x) \cdot h(x)$. Bruk produktformelen $f'(x) = g'(x) \cdot h(x) + g(x) \cdot h'(x)$ til å finne den deriverte funksjonen av $f(x)$ hvis:

- a) $g(x) = 22x - 3$ og $h(x) = 3 - 7x$
- b) $g(x) = x^{10} - 1$ og $h(x) = 3x^8 - 8x + 5$
- c) $g(x) = x^{-3,5}$ og $h(x) = 3x^6 - 5x^5 + x^4$
- d) $g(x) = \frac{1}{x^2}$ og $h(x) = x^4 - 4x + 230$
- e) $g(x) = x^3 - \frac{1}{x^3}$ og $h(x) = 3\sqrt{x}$
- f) $g(x) = 3x$ og $h(x) = 2e^x$
- g) $g(x) = x$ og $h(x) = \ln(x)$
- h) $g(x) = 5x \ln(x)$ og $h(x) = 6xe^x$

Oppgave 3 Anta at $f(x) = \frac{g(x)}{h(x)}$. Bruk brøkformelen $f'(x) = \frac{g'(x) \cdot h(x) - g(x) \cdot h'(x)}{[h(x)]^2}$ til å finne den deriverte funksjonen av $f(x)$ hvis:

- a) $g(x) = 11x - 3$ og $h(x) = 3 - 7x$
- b) $g(x) = x + 5$ og $h(x) = 9x - 1$
- c) $g(x) = 3x^2 + 1$ og $h(x) = x - 10$
- d) $g(x) = x^6$ og $h(x) = x^4 + 1$
- e) $g(x) = x^{1,2}$ og $h(x) = 5x^2 - 1$
- f) $g(x) = 5$ og $h(x) = x^2 - 4x + 10$
- g) $g(x) = 5 \ln(x)$ og $h(x) = x^2 + 3$
- h) $g(x) = 2 \ln(x)$ og $h(x) = 3e^x$
- i) $g(x) = \ln(x) + 1$ og $h(x) = \ln(x) + 2$
- j) $g(x) = e^x + 1$ og $h(x) = e^x + 2$

Oppgave 4 I figur 1 ser du grafen til $f(x)$.



Figur 1: Grafen til $f(x)$

Avgjør hvilke utsagn som er sanne.

- a) $f'(2) < f'(1)$
- b) $f'(3) < f'(6,5)$
- c) $f'(4,5) < f'(5,1)$
- d) $f'(2,5) < f'(3)$
- e) $f'(x)$ er positiv for $6 < x < 7,5$
- f) $f'(x)$ har ingen bunnpunkter
- g) $f'(x)$ har 4 nullpunkter
- h) $f'(x)$ er voksende i intervallet $[3, 4]$
- i) $f'(x)$ er avtagende i intervallet $[1, 2]$
- j) $f'(3) = 2$
- k) $f'(x)$ har et bunnpunkt i intervallet $[2, 3]$

Oppgave 5 Finn de av funksjonene $f(x)$, $u(x)$, $g(u)$, $u'(x)$ og $g'(u)$ som ikke er oppgitt i tabellen slik at $f(x) = g(u(x))$. Bruk så kjerneregelen $f'(x) = g'(u(x)) \cdot u'(x)$ til å finne $f'(x)$.

$f(x)$	$u(x)$	$g(u)$	$u'(x)$	$g'(u)$	$f'(x)$
$(3x + 5)^2$	$3x + 5$	u^2			
$2(x^2 + 3)^7 + 4$	$x^2 + 3$			$\frac{7}{2\sqrt{u}}$	
$7\sqrt{3x - 1}$	$x^2 + 10$	$3e^u$	$8x$		
$\ln(4x^2 + 5)$					
$9(4x^3 + 1)^{3,5}$					
$3\left(\frac{4x - 1}{9x + 2}\right)^7$					
$50e^{-0,03x}$					
$\ln(1 + e^{-x})$					
$\frac{2}{(2x + 1)\sqrt{2x + 1}}$					

Oppgave 6 Beregn den deriverte $f'(a)$.

- a) $f(x) = g(x)h(x)$, $a = 10$, $g(10) = 20$, $g'(10) = 0,2$ og $h(10) = 60$, $h'(10) = 0,5$.
- b) $f(x) = \frac{g(x)}{h(x)}$, $a = 7$, $g(7) = 20$, $g'(7) = 0,2$ og $h(7) = 10$, $h'(7) = 0,05$.
- c) $f(x) = g(u(x))$, $a = 3$, $g(3) = 12$, $g'(3) = -0,6$, $g(10) = 20$, $g'(10) = 1,07$, $u(10) = 1$, $u'(10) = 0$, $u(3) = 10$, $u'(3) = 2$.

Oppgave 7 Avgjør hvilket tall som er størst:

- a) 3^{5000} eller 4^{4000}
- b) $1,02^{4321}$ eller $1,025^{3478}$
- c) $1,12^{1000}$ eller $1,01^{12000}$

Oppgave 8 (Midtveiseksamen 2016v, oppg 10)

Vi betrakter funksjonen $f(x) = x^2e^{2-x} - e \ln(\sqrt{e})$. Stigningstallet a for tangenten til f i $x = 2$ er:

- (A) $a = 2$
- (B) $a = \frac{3}{2}$
- (C) $a = 0$
- (D) $a < 0$
- (E) Jeg velger å ikke besvare denne oppgaven.

Fasit

Oppgave 1

Sammenlign med andre studenter, spør veilederne!

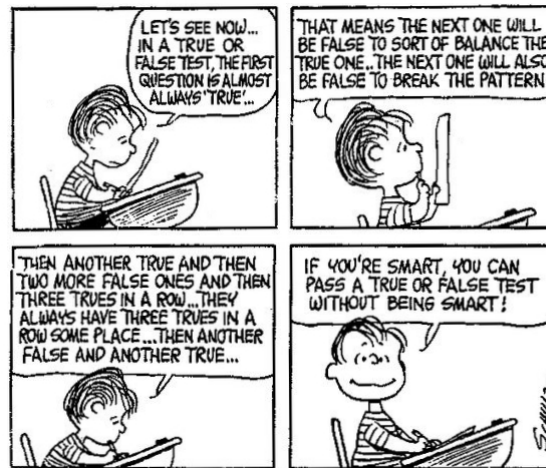
Oppgave 2

- a) $87 - 308x$
- b) $54x^{17} - 88x^{10} + 50x^9 - 24x^7 + 8$
- c) $7,5 \cdot x^{1,5} - 7,5 \cdot x^{0,5} + 0,5 \cdot x^{-0,5}$
- d) $2x + 4x^{-2} - 460x^{-3}$
- e) $10,5 \cdot x^{2,5} + 7,5 \cdot x^{-3,5}$
- f) $6(x + 1)e^x$
- g) $\ln(x) + 1$
- h) $30x[x \ln(x) + 2 \ln(x) + 1]e^x$

Oppgave 3

- a) $\frac{12}{(3 - 7x)^2}$
- b) $-\frac{46}{(9x - 1)^2}$
- c) $\frac{3x^2 - 60x - 1}{(x - 10)^2}$
- d) $\frac{2x^5(x^4 + 3)}{(x^4 + 1)^2}$
- e) $-\frac{x^{0,2}(4x^2 + 1,2)}{(5x^2 - 1)^2}$
- f) $-\frac{10(x - 2)}{(x^2 - 4x + 10)^2}$
- g) $\frac{5[x^2 + 3 - 2x^2 \ln(x)]}{x(x^2 + 3)^2}$
- h) $\frac{2[1 - x \ln(x)]}{3xe^x}$
- i) $\frac{1}{x[\ln(x) + 2]^2}$
- j) $\frac{e^x}{(e^x + 2)^2}$

Oppgave 4



Figur 2: True or false

Oppgave 5

$f(x)$	$u(x)$	$g(u)$	$u'(x)$	$g'(u)$	$f'(x)$
$(3x + 5)^2$	$3x + 5$	u^2	3	$2u$	$18x + 30$
$2(x^2 + 3)^7 + 4$	$x^2 + 3$	$2u^7 + 4$	$2x$	$14u^6$	$28x(x^2 + 3)^6$
$7\sqrt{3x - 1}$	$3x - 1$	$7\sqrt{u}$	3	$\frac{7}{2\sqrt{u}}$	$\frac{10,5}{\sqrt{3x - 1}}$
$3e^{x^2+10}$	$x^2 + 10$	$3e^u$	$2x$	$3e^u$	$6xe^{x^2+10}$
$\ln(4x^2 + 5)$	$4x^2 + 5$	$\ln(u)$	$8x$	u^{-1}	$\frac{8x}{4x^2 + 5}$
$9(4x^3 + 1)^{3,5}$	$4x^3 + 1$	$9u^{3,5}$	$12x^2$	$31,5u^{2,5}$	$378x^2(4x^3 + 1)^{2,5}$
$3\left(\frac{4x - 1}{9x + 2}\right)^7$	$\frac{4x - 1}{9x + 2}$	$3u^7$	$\frac{17}{(9x + 2)^2}$	$21u^6$	$357 \cdot \frac{(4x - 1)^6}{(9x + 2)^8}$
$50e^{-0,03x}$	$-0,03x$	$50e^u$	$-0,03$	$50e^u$	$-1,5e^{-0,03x}$
$\ln(1 + e^{-x})$	$1 + e^{-x}$	$\ln u$	$-e^{-x}$	u^{-1}	$-\frac{e^{-x}}{1 + e^{-x}}$
$\frac{2}{(2x + 1)\sqrt{2x + 1}}$	$2x + 1$	$2u^{-1,5}$	2	$-3u^{-2,5}$	$-6(2x + 1)^{-2,5}$

Oppgave 6

a) $12 + 10 = 22$ b) $\frac{2-1}{10^2} = 0,01$ c) $f'(3) = g'(u(3)) \cdot u'(3) = 1,07 \cdot 2 = 2,14$

Oppgave 7

- a) $3^{5000} = (3^5)^{1000} = 243^{1000}$ mens $4^{4000} = (4^4)^{1000} = 256^{1000}$
 b) $\ln(1,02^{4321}) = 4321 \cdot \ln(1,02) = 85,57$ og $\ln(1,025^{3478}) = 3478 \cdot \ln(1,025) = 85,88$. Fordi $\ln(x)$ er en strengt voksende funksjon følger det at $1,02^{4321} < 1,025^{3478}$.
 c) 1000 år med 12% rente og årlig forentning gir en lavere total vekstfaktor enn 1000 år med 12% rente og månedlig forrentning.

Oppgave 8

C