MET1180 Matematikk for siviløkonomer
Vår 2024
Oppgaver

> *... if I couldn't formulate a problem in economic theory mathematically, I didn't know what I was doing. I came to the position that mathematical analysis is not one of the many ways of doing economic theory: it is the only way.*
>
> R. Lucas

Forelesning 35
Oppgaveregning.
Vektorer og vektorregning. Vektorlikninger.

Lærebokoppgaver

[L] 6.5: 1-6

Eksamensoppgaver

Eksamen MET1180 (Desember 2021) Oppgave 3
Vi har det lineære systemet $A \cdot \mathbf{x} = \mathbf{b}$ med parameter a, gitt ved

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 4 \\ 3 & 7 & 2 & a \\ 5 & 12 & 3 & -3 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{x} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 0 \\ 9 \\ 16 \end{bmatrix}$$

a) Bruk Gauss-eliminasjon til å løse det lineære systemet når $a = 0$. Marker pivot-posisjonene.

b) Bestem alle verdier av a slik at det lineære systemet er konsistent.

c) Uttrykk vektoren $\mathbf{w} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ som en lineær-kombinasjon av de fire kolonnevektorene til A for alle verdier av a der dette er mulig.

For fullstendig løsning, se Eksamen MET1180 12/2021, Oppgave 3

Ekstraoppgaver

Oppgave 1 Vi har ubestemte tall a, b og c (parametere). Skriv vektorlikningen $x_1\mathbf{v}_1 + x_2\mathbf{v}_2 + x_3\mathbf{v}_3 = \mathbf{b}$ på matriseform, og bruk dette til å løse likningen:

a) $$\mathbf{v}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{v}_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{v}_3 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 9 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 54 \end{bmatrix}$$

b) $$\mathbf{v}_1 = \begin{bmatrix} 10 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{v}_2 = \begin{bmatrix} -4 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{v}_3 = \begin{bmatrix} 1 \\ -3 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ c \end{bmatrix}$$

c) $\mathbf{v}_1 = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{v}_2 = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{v}_3 = \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \\ 3 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} a-b \\ -5b \\ 9a-3b \end{bmatrix}$

d) $\mathbf{v}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ -6 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{v}_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -15 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{v}_3 = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 54 \end{bmatrix}$

e) $\mathbf{v}_1 = \begin{bmatrix} -1 \\ 4 \\ -3 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{v}_2 = \begin{bmatrix} 3 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{v}_3 = \begin{bmatrix} -2 \\ -2 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 4 \end{bmatrix}$

f) $\mathbf{v}_1 = \begin{bmatrix} 2 \\ -6 \\ -4 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{v}_2 = \begin{bmatrix} -3 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{v}_3 = \begin{bmatrix} 4 \\ 1 \\ -2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 19 \\ 0 \\ -11 \end{bmatrix}$

g) $\mathbf{v}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ -3 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{v}_2 = \begin{bmatrix} -1 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{v}_3 = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} -8 \\ 15 \\ 23 \end{bmatrix}$

Fasit til ekstraoppgavene

Oppgave 1

a)

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 9 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 54 \end{bmatrix} \quad \text{med løsning} \quad \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 \\ -2 \\ 6 \end{bmatrix}$$

b)

$$\begin{bmatrix} 10 & -4 & 1 \\ 0 & 2 & -3 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ c \end{bmatrix} \quad \text{med løsning} \quad \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c/2 \\ 3c/2 \\ c \end{bmatrix}$$

c)

$$\begin{bmatrix} 2 & 2 & -1 \\ 0 & 3 & -1 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a-b \\ -5b \\ 9a-3b \end{bmatrix} \quad \text{med løsning} \quad \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a+b \\ a-2b \\ 3a-b \end{bmatrix}$$

d)

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -2 & 1 & -1 \\ -6 & -15 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 54 \end{bmatrix} \quad \text{med løsning} \quad \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 \\ -2 \\ 6 \end{bmatrix}$$

e)

$$\begin{bmatrix} -1 & 3 & -2 \\ 4 & -1 & -2 \\ -3 & 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 4 \end{bmatrix} \quad \text{med løsning} \quad \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 6 \\ 7 \end{bmatrix}$$

f)

$$\begin{bmatrix} 2 & -3 & 4 \\ -6 & 2 & 1 \\ -4 & 3 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 19 \\ 0 \\ -11 \end{bmatrix} \quad \text{med løsning} \quad \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 6 \end{bmatrix}$$

g)

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 \\ -2 & 3 & 1 \\ -3 & 4 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -8 \\ 15 \\ 23 \end{bmatrix} \quad \text{med løsning} \quad \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2t-9 \\ t-1 \\ t \end{bmatrix}$$

for en fri parameter t