MET1180 Matematikk for siviløkonomer
Vår 2024
Oppgaver

... if I couldn't formulate a problem in economic theory mathematically, I didn't know what I was doing. I came to the position that mathematical analysis is not one of the many ways of doing economic theory: it is the only way.

R. Lucas

Forelesning 46
Kap 7.6: Lagranges multiplikatormetode.

Lærebokoppgaver

[L] Kap. 7.6: 1-3

Oppgaver for veiledningstimene torsdag 21/3 fra 12 i D1-065/70

Oppgave 1.
Bruk Lagranges metode til å finne kandidater for maksimum og/eller minimum.

a) $\max / \min f(x, y) = 3x - y$ når $x^2 + 4y^2 = 37$

b) $\max / \min f(x, y) = x^2 + 4y^2$ når $3x - y = 37$

c) $\max / \min f(x, y) = xy$ når $x^2 + 4y^2 = 8$

d) $\max / \min f(x, y) = 4x^2 + 9y^2$ når $xy = 6$

e) $\max f(x, y) = x^2y^2 - x^2 - y^2 + 16$ når $x^2 + y^2 = 16$

f) $\max f(x, y) = x^2y^2 - x^2 - y^2 + 16$ når $xy = 4$

Oppgave 2.
Finn maksimum/minimum, hvis det eksisterer.

a) $\max / \min f(x, y) = 3x - y$ når $x^2 + 4y^2 = 37$

b) $\max / \min f(x, y) = x^2 + 4y^2$ når $3x - y = 37$

c) $\max / \min f(x, y) = xy$ når $x^2 + 4y^2 = 8$

d) $\max / \min f(x, y) = 4x^2 + 9y^2$ når $xy = 6$

e) $\max f(x, y) = x^2y^2 - x^2 - y^2 + 16$ når $x^2 + y^2 = 16$

f) $\max f(x, y) = x^2y^2 - x^2 - y^2 + 16$ når $xy = 4$

Oppgave 3.
Løs Lagrange-problemet: $\max U(x, y) = 0.3\ln(x-3) + 0.7\ln(y-2)$ når $12x + 5y = 60$.

Oppgave 4.
Eksamen MET1180 (Desember 2015) Oppgave 5
Vi betrakter nivåkurven $g(x, y) = 0$, hvor g er funksjonen $g(x, y) = x^3 + xy + y^2$.

a) Finn alle punkt på nivåkurven med $x = -2$, og bestem tangenten i hvert av disse punktene.

b) Finn maksimumsverdien til $f(x, y) = x$ under bibetingelsen $x^3 + xy + y^2 = 0$.

Oppgave 5.
Eksamen MET1180 (Juni 2016) Oppgave 5
Vi betrakter Lagrange-problemet
$\max/\min f(x, y) = x + 2y - \sqrt{36 - x^2 - 4y^2}$ når $x^2 + 4y^2 = 36$.

a) Finn punktene på nivåkurven $x^2 + 4y^2 = 36$ der tangenten har stigningstall $y' = 1/2$.

b) Tegn en skisse av $D = \{(x, y) \mid x^2 + 4y^2 = 36\}$. Er D begrenset? Hva slags kurve er dette?

c) Løs Lagrange-problemet og finn maksimums- og minimumsverdien.

d) Løs det nye optimeringsproblemet vi får når vi endrer bibetingelsen til $x^2 + 4y^2 \leq 36$.

Oppgave 6.
Vanskelig!
Løs Lagrangeproblemet $\max f(x, y) = x + y$ når $x^3 - 3xy + y^3 = 0$. Du kan gå ut i fra at problemet har et maksimum.

Fasit

Oppgave 1.

a) $(x, y; \lambda) = (6, -1/2; 1/4),\ (-6, 1/2; -1/4)$

b) $(x, y; \lambda) = (12, -1; 8)$

c) $(x, y; \lambda) = (2, 1; 1/4),\ (-2, -1; 1/4),\ (2, -1; -1/4),\ (-2, 1; -1/4)$

d) $(x, y; \lambda) = (3, 2; 12),\ (-3, -2; 12)$

e) $(x, y; \lambda) =$ $(\pm 2\sqrt{2}, \pm 2\sqrt{2}; 7), (\pm 4, 0; -1), (0, \pm 4; -1)$

f) $(x, y; \lambda) = (2, 2; -2), (-2, -2; -2)$

Oppgave 2.

a) $f_{\max} = 37/2,\ f_{\min} = -37/2$

b) $f_{\min} = 148$ (har ikke maksimum)

c) $f_{\max} = 2,\ f_{\min} = -2$

d) $f_{\min} = 72$ (har ikke maksimum)

e) $f_{\max} = 64,\ f_{\min} = 0$

f) $f_{\max} = 24$ (har ikke minimum)

Oppgave 3.

Vi finner maksimumspunkt $(x, y) = (67/20, 99/25)$, maksimumsverdi $f_{\max} = 1.7\ln(1.4) - 0.6\ln(2)$ med $\lambda = 1/14$.

Oppgave 4.

a) $y = -8x/3 - 4/3$ i $(-2, 4)$ og $y = 5x/3 + 4/3$ i $(-2, -2)$

b) $f_{\max} = 1/4$

Oppgave 5.

a) $(3\sqrt{2}, -3\sqrt{2}/2), (-3\sqrt{2}, 3\sqrt{2}/2)$

b) Ja, ellipse med halvakser $a = 6$ og $b = 3$ med sentrum (0,0)

c) $f_{\max} = 6\sqrt{2},\ f_{\min} = -6\sqrt{2}$

d) $f_{\max} = 6\sqrt{2},\ f_{\min} = -6\sqrt{3}$

Oppgave 6.

$f_{\max} = 3$