BI HANDELSHØYSKOLEN

| Skriftlig eksamen: | MET 11803 | Matematikk | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| Eksamensdato: | 08.05.2014 | kl. | 09.00-14.00 | Totalt antall sider: | 4 |
| Tillatte hjelpemidler: | Alle + BI-definert eksamenskalkulator TEXAS INSTRUMENTS BA II Plus™ | | | | |
| Innføringsark: | Ruter | | | | |
| | Teller 70 % av MET 1180 | | | Deloppgavene er vektet likt, med unntak av 6c som teller dobbelt. | |
| | | | | Ansvarlig institutt: Samfunnsøkonomi | |

**Oppgave 1**

Beregn følgende integraler

a. $\int (x^3 + 5x\sqrt{x})dx$

b. $\int \frac{5x}{x^2+1}dx$

c. $\int_1^2 x^3 \ln(3x)dx$

d. $\int \frac{x^3}{x^2+5x+4}dx$

e. Finn arealet begrenset av grafen til $f(x) = 2 - x^2$ og grafen til $g(x) = x$.

**Oppgave 2**

En bedrift har kostnadsfunksjon $K(x) = \ln(x^2 + 1)$, hvor $x$ er antall produserte enheter. Fabrikken kan produsere maksimalt 100 enheter.

a. For hvilke $x$ er grensekostnaden lik 1?

b. Enhetsprisen er 1 ($p = 1$). Hva blir maksimal profitt?

**Oppgave 3**

Simen har nyttefunksjonen $N(x, y) = \sqrt{x} + 3\sqrt{y}$, hvor $x$ er kilo loff, og $y$ er liter rødbrus. Kiloprisen for loff er 2 hundrelapper, og literprisen for rødbrus er 1 hundrelapp. Simen har 3 hundrelapper og maksimerer nytten.

a. Sett opp lagrangefunksjonen, og bruk denne til å finne hvor mye loff og rødbrus Simen ønsker å kjøpe. (Hint: Regn i hundrelapper.)

b. Simen blir truffet av lynet. Han lever og er i fin form. Nyttefunksjonen er imidlertid blitt forandret. Den nye nyttefunksjonen er $N(x, y) = 3\sqrt{x} + \sqrt{y}$. Hvor mye loff og rødbrus ønsker han å kjøpe nå? Kan vi bruke svaret i a.? Det vil si at $x_{\text{ny}} = y_{\text{gammel}}$ og $y_{\text{ny}} = x_{\text{gammel}}$? Svaret skal begrunnes.

**Oppgave 4**

Betrakt den geometriske rekka $3x^2 + 9x^4 + 27x^6 + \dots$

a. Finn et uttrykk, $S(n)$, for summen av de $n$ første leddene. Hva er summen for $x = \frac{1}{3}$?

(Svaret skal forenkles)

b. Betrakt nå summen med uendelig mange ledd ($\lim_{n\to\infty} S(n)$). For hvilke $x$ eksisterer denne summen? Finnes det en $x$ slik at denne uendelige summen blir 10?

**Oppgave 5**

a. For hvilke verdier av $a$ har matrisen $A = \begin{bmatrix} a & 2 & 1 \\ a & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ en invers?

Finn den inverse matrisen til $A$ for $a = 1$.

b. La $B = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$.

Finn $B^{-1}$.

c. Løs matriselikningen $XB - 2I = B^2$, hvor $I$ er identitetsmatrisen, $B = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$ og $X$ er den ukjente matrisen du skal finne.

**Oppgave 6**

La $f(x,y) = x^2 + xy + \frac{1}{3}y^3$.

a. Finn stasjonære punkter når $f$ er definert for alle $x$ og $y$.

b. La området $D$ være gitt av begrensningene $-1 \leq x \leq 1$ og $-1 \leq y \leq 1$. Tegn området.

c. La $f$ være definert på $D$. Finn den globale maksimumsverdien og den globale minimumsverdien til $f$. (Punktet teller dobbelt)

d. Hvis vi som i a, lar $f$ være definert for alle $x$ og $y$, har da funksjonen globale maksimumsverdier? Globale minimumsverdier? Svarene skal begrunnes.

**Oppgave 7**

Ola Kåre forhandler med forsikringselskapet. De tilbyr ham 1500 kroner hver tredje måned resten av livet med første utbetaling om tre måneder. Ola Kåre vil heller ha én utbetaling i året i 4 år med første utbetaling nå. Hvor store må disse utbetalingene være for at Ola Kåres og forsikringsselskapets forslag skal ha samme nåverdi?

Tre måneders renten er på 1 prosent.