FORELESNING 18

ELE 3719

MATEMATIKK

EIVIND ERIKSEN

MAR 21 2012

PLAN:

1. Eksamen V'12 Oppg 3-4
2. Differensiallikninger
   (Første ordens separable)

---

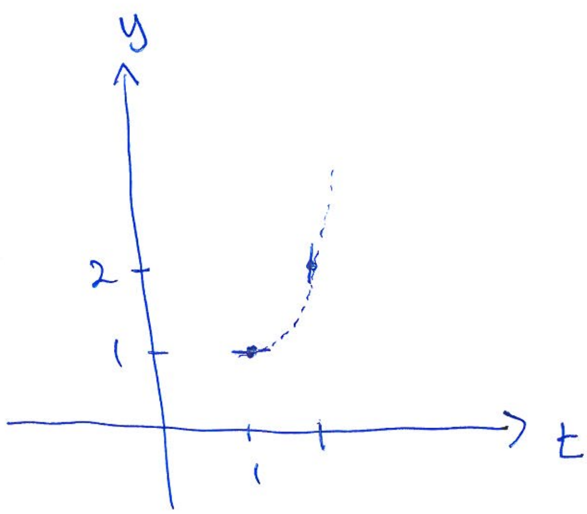
1. Regnet på tavlen – Se løsninger for Eks. V'12

2. Differensiallikninger

En differensiallikning er en likning som forbinder en funksjon og dens deriverte.

Eks:

$$y' = y^2 \cdot \ln(t)$$



Løsning:

Funksjon $y(t)$ som passer i likningen

1 pkt (1,1):

$t=1,\ y=1$ Diff. likn: $y'(1,1) = 1^2 \cdot \ln(1) = 0$

Første ordens diff. likninger

Defn: En diff.likning som inneholder y', y, t.

i) Diff.likn på formen $\boxed{y' = f(t)}$

Eks: $y' = e^{2t}$

$$y = \int e^{2t}\,dt = \frac{1}{2}e^{2t} + C$$

Eks: $y' = e^{2t}$, $y(0) = 1$

$$y = \frac{1}{2}e^{2t} + C$$

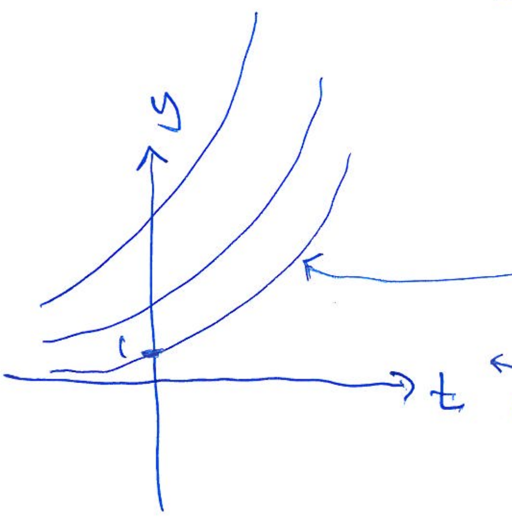
Generell løsning

$y(0)=1$: $\left.\begin{array}{l} t=0 \\ y=1 \end{array}\right\}$

$$\left.\begin{array}{l} 1 = \frac{1}{2}e^{2\cdot 0} + C \\ 1 = \frac{1}{2} + C \\ C = \underline{1/2} \end{array}\right\}$$

$$\underline{\underline{y = \frac{1}{2}e^{2t} + \frac{1}{2}}}$$

partikulær løsning



De partikulære løsn. for ulike verdier av C gir ulike grafer som er vertikale forskyvninger av hverandre

Eks: $y' = \ln(t)$

$$y = \int \ln(t)\,dt = \int \underset{u'}{1} \cdot \underset{v}{\ln(t)}\,dt = \underset{u\cdot v}{t\ln(t)} - \int \underset{u\cdot v'}{\cancel{t}\cdot\frac{1}{\cancel{t}}}\,dt$$

$$\underline{\underline{y = t\ln(t) - t + C}}$$

generell løsn.

i) $y' = f(t) \Longrightarrow \boxed{y = \int f(t)\,dt}$

ii) <u>Separable diff.likninger</u>

<u>Eks:</u> $y' = yt$

$y' = y^2 \cdot \ln(t)$

<u>Defn:</u> Diff.likningen er <u>separabel</u> hvis den kan skrives

$$\boxed{y' = f(y)\cdot g(t)}$$

<u>Metode for å løse separable diff.likninger:</u>

<u>Eks:</u> $y' = y^2 \cdot \ln(t)$

$$\frac{1}{y^2}\cdot y' = \ln(t)$$

$$\int \frac{1}{y^2} y'\,dt = \int \ln(t)\,dt$$

$\boxed{y'dt = dy}$

$$\int \underbrace{\frac{1}{y^2}}_{y^{-2}} dy = \int \ln(t)\,dt$$

$$-\frac{1}{y} = t\ln t - t + C$$

$$\frac{1}{y} = -t\ln t + t - C$$

$$y = \frac{1}{t - t\ln t - C}$$

generell løsning.

<u>Eks:</u>

$$\int t\cdot\sqrt{t^2+1}\,dt$$

<u>Substitusjon:</u>

$u = t^2+1$

$du = u'\cdot dt = 2t\,dt$

$$= \int \cancel{t}\cdot\sqrt{u}\cdot\frac{du}{2\cancel{t}}$$

$$= \int \frac{1}{2}\sqrt{u}\,du$$