Formelark

Matrisemetoder

Partiell derivasjon
Den kvadratiske funksjonen f i n variabler

$$f(\mathbf{x}) = \mathbf{x}^T A\,\mathbf{x} + B\,\mathbf{x} + C$$

der A er en symmetrisk $n \times n$-matrise, B er en $1 \times n$-matrise og C er en 1×1-matrise har de n partiellderiverte gitt ved vektoren

$$\frac{\partial f}{\partial \mathbf{x}} = 2A\,\mathbf{x} + B^T$$

Integrasjonsmetoder

a) Delvis integrasjon:

$$\int u'v\,\mathrm{d}t = uv - \int uv'\,\mathrm{d}t$$

b) Substitusjonen $u = u(t)$:

$$\int f(u)u'\,\mathrm{d}t = \int f(u)\,\mathrm{d}u$$

c) Delbrøksoppspaltning:

$$\int \frac{pt+q}{(t-a)(t-b)}\,\mathrm{d}t = \int \left(\frac{A}{t-a} + \frac{B}{t-b}\right)\mathrm{d}t$$

Variasjonsregning og kontrollteori

Variasjonsregning
Variasjonsproblemet gitt ved

$$\max / \min \int_a^b F(t,y,y')\,\mathrm{d}t$$

med betingelsene

$$\begin{cases} y(a) &= y_a \\ y(b) &= y_b \end{cases}$$

har Euler-likning

$$F'_y - \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(F'_{y'}\right) = 0$$

Optimal kontrollteori
Kontrollproblemet gitt ved

$$\max / \min \int_a^b F(t,y,u)\,\mathrm{d}t$$

med betingelsene

$$\begin{cases} y'(t) &= G(t,y,u) \\ y(a) &= y_a \\ y(b) &= y_b \end{cases}$$

har Hamiltonfunksjonen

$$H(t,y,u,p) = p_0\,F(t,y,u) + p(t)\,G(t,y,u)$$

og første ordens Pontryaginbetingelser

$$\begin{cases} H'_u &= 0 \\ H'_y &= -p'(t) \end{cases}$$

med $p_0 = 1$ (normalløsningen) eller $p_0 = 0$ og $p(t) \neq 0$ (degenerert løsning)