Formelsamling

Matrisemetoder

Partiell derivasjon Funksjonen

$$f(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{x}^T A\boldsymbol{x} + B\boldsymbol{x} + c$$

hvor A er en symmetrisk matrise har partiellderiverte gitt ved vektoren

$$\frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{x}} = 2A\boldsymbol{x} + B^T$$

Lineær regresjon En lineær regresjon med modellen

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \cdots + \beta_n x_n$$

basert på et datasett med N observasjoner gitt ved

$$\boldsymbol{y} = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_N \end{pmatrix}, \; X = \begin{pmatrix} 1 & x_{11} & \dots & x_{n1} \\ 1 & x_{12} & \dots & x_{n2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & x_{1N} & \dots & x_{nN} \end{pmatrix}$$

har beste tilpasning gitt ved vektoren

$$\boldsymbol{\beta} = (X^T X)^{-1} \cdot X^T \boldsymbol{y}$$

forutsatt at $\det(X^T X) \neq 0$.

Variasjonsregning og kontrollteori

Variasjonsregning Variasjonsproblemet

$$\max \int_a^b F(t, y, y')\, \mathrm{d}t$$

med initialbetingelsene $y(a) = y_0$ og $y(b) = y_1$ har Euler-likning

$$F'_y - \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(F'_{y'}) = 0$$

Optimal kontrollteori Kontrollproblemet

$$\max \int_a^b F(t, y, u)\, \mathrm{d}t$$

med

$$\begin{cases} y'(t) = G(t, y, u) & (1) \\ y(a) = y_0 & (2) \\ y(b) = y_1 & (3) \end{cases}$$

har Hamilton-funksjon

$$H(t, y, u, p) = p_0 F(t, y, u) + pG(t, y, u)$$

med $p_0 = 1$ (normal løsning)
eller $p_0 = 0$ (degenerert løsning)
med første ordens Pontryaginbetingelser

$$\begin{cases} H'_u = 0 & (4) \\ p'(t) = -H'_y & (5) \end{cases}$$

Integrasjonsmetoder

a) Delvis integrasjon:

$$\int u'v\, \mathrm{d}t = uv - \int uv'\, \mathrm{d}t$$

b) Substitusjonen $u = u(t)$:

$$\int f(u)u'\, \mathrm{d}t = \int f(u)\, \mathrm{d}u$$