

FORELESNING 1

EIVIND ERIKSEN

AUG 24, 2016

MET1180

MATEMATIKK

BI

FORELESER:

EIVIND ERIKSEN
KONTOR B4-032

KONTORTID: ONS 12-14

eivind.eriksen@bi.no

LÆREBOK:

[E] Eriksen, Matematikk for økonomi/finans

NETTSIDER:

IT'S LEARNING

www.dr-eriksen.no/teaching/MET1180/

Fungerer best om evt. meldinger til meg sendes på epost, ikke It's L.-melding eller sms.

Ukeoppgaver:

Finnes i forelesningsplan på nettsider.
Svært viktig å gjøre ukeoppgaver hver uke!

Plan:

- ① Grunnleggende algebra
- ② Relativ velst og prosentregning
- ③ Potenser og potensregning. Røtter.

[E] Kap 0.
Kap 1.1-1.3

① Grunnleggende algebra.

BI

Algebraiske uttrykk:

Eks: $x^2 + x + 1$

$$\frac{x\sqrt{x}}{x^2+1}$$

/ \

Tall Variabler

reelle
tall $\mathbb{R}$

"vanlige
tall på
tall-linje"

$$7 \frac{x+1}{x^2-3} \sqrt{x} - 4x^3$$

Regneoperasjoner:

addisjon, subtraksjon,
multiplikasjon, divisjon

potenser, røtter,

parenteser

Potenser:

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ faktorer}}$$

$\left\{ \begin{array}{l} n: \text{eksponent } n=1,2,3,\dots \\ a: \text{grunntall} \end{array} \right.$

Eks: $2^1 = 2$ $2^2 = 2 \cdot 2 = 4$ $2^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$

$$(-2)^1 = -2 \quad (-2)^2 = (-2) \cdot (-2) = 4, \dots$$

$$x^1 = x \quad x^2 = x \cdot x \quad x^3 = x \cdot x \cdot x$$

Regneregler:

$$1) a^n \cdot a^m = a^{n+m}$$

$$2) a^n / a^m = a^{n-m}$$

$$3) (a^n)^m = a^{n \cdot m}$$

Eks: $a^2 \cdot a^3 = \underbrace{a \cdot a}_{a^2} \cdot \underbrace{a \cdot a \cdot a}_{a^3}$

$$= a^{2+3} = a^5$$

$$(a^2)^3 = a^2 \cdot a^2 \cdot a^2$$

$$= a^{2 \cdot 3} = a^6$$

Rekker:

Kvadratrot

 $\sqrt{a} :=$ det positive tallet $x \geq 0$
 slik at $x^2 = a$

kvadratrotten
er kun definert
for $a \geq 0$

$$\sqrt{4} = 2$$

$$\text{fordi } 2^2 = 4$$

$$(-2)^2 = 4$$

$$x^2 = 4$$

$$x = \pm \sqrt{4}$$

$$= \pm 2$$

 $\sqrt{-2}$ fins ikke

$$-\sqrt{4} = -2$$

$$\sqrt{0} = 0$$

Regneregler:

$$\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$$

$$\sqrt{a/b} = \sqrt{a}/\sqrt{b}$$

for $a, b \geq 0$

$$\text{Eks: } \frac{\sqrt{12}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2 \cdot 2 \cdot 3}}{\sqrt{2}} = \frac{\cancel{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{6}}{\cancel{\sqrt{2}}} = \underline{\sqrt{6}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1 \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} = \underline{\frac{\sqrt{2}}{2}}$$

Høyere ordens røtterTredjerot:
 $\sqrt[3]{a} :=$ tallet x s.a. $x^3 = a$

$$\text{Eks: } \sqrt[3]{8} = 2 \quad \text{fordi } 2^3 = 8$$

$$\sqrt[3]{-8} = -2$$

$$(-2)^3 = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = -8$$

n'ke rot: $\sqrt[n]{a}$

n potens

 det positive tallet
 $x \geq 0$ s.a. $x^n = a$
 "som kvadratrot"

n oddetall

 tallet x s.a. $x^n = a$
 "som tredjerot"

Ex: $\sqrt{1} = 1$
 $\sqrt[5]{-1} = -1$

$\sqrt[8]{256} = 2$

$\sqrt[8]{-256}$ ikke defineret



Regneregler:

1) $\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$

2) $\sqrt[n]{a/b} = \sqrt[n]{a} / \sqrt[n]{b}$

3) $(\sqrt[n]{a})^n = a$

$\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = (\sqrt{2})^2 = 2$

Ex: $\sqrt{x^2+1} = \sqrt{(x^2+1)}$

Parenteser og prioritet:

Ex: $1 + 2 \cdot 3 = 7$

$$\begin{array}{cc} / & \backslash \\ (1+2) \cdot 3 & 1 + (2 \cdot 3) \\ \parallel & \parallel \\ 9 & 7 \end{array}$$

$-2^2 = -4$

$(-2)^2 = 4$

Prioritetsreglene:

- ① Parenteser
- ② Potenser og røtter
- ③ Multiplikation og division
- ④ Addition og subtraktion

Vigtig:

BI-kalk må stå på Alg

Algebraische laws:

Ex: $(x+3)^2 = (x+3) \cdot (x+3)$
 $= x(x+3) + 3 \cdot (x+3)$
 $= x^2 + 3x + 3x + 9$
 $= x^2 + 6x + 9$

Kommutative laws:

- (1) $a+b = b+a$
- (2) $a \cdot b = b \cdot a$

Associative laws

- (3) $(a+b)+c = a+(b+c)$
- (4) $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$

Distributive law:

- (5) $a \cdot (b+c) = ab+ac$

$$7+12+19 = 38$$

$$x \cdot (x+3) = x^2 + 3x$$

mult. parenthesis

$$3x+3x = (3+3)x$$
$$= 6x$$

Kvadratsetzungen:

- (1) $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
- (2) $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
- (3) $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

Ex:

$$(x-2)^2 = x^2 - 4x + 4$$

$$x^2 - 6x + 9 = (x-3)^2$$

Brækregning:

$$\frac{1}{6} - \frac{13}{18} = \frac{1 \cdot 18}{6 \cdot 18} - \frac{13 \cdot 6}{18 \cdot 6} = \frac{18 - 78}{108} = -\frac{60}{108}$$

↑

fellesnevner:

$$6 \cdot 18 = 108$$

$$6 = 2 \cdot 3 \quad 18 = 2 \cdot 3 \cdot 3$$

$$\text{MFM: } 2 \cdot 3 \cdot 3 = 18$$

$$= -\frac{30}{54} = -\frac{15}{27} = -\frac{5}{9}$$

$$= \frac{1 \cdot 3}{6 \cdot 3} - \frac{13}{18} = \frac{3 - 13}{18} = \frac{-10}{18} = -\frac{5}{9}$$

Ekse: $\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x-1} = \frac{1 \cdot (x-1)}{(x+1) \cdot (x-1)} - \frac{1 \cdot (x+1)}{(x-1)(x+1)}$

fellesnevner

$$(x+1)(x-1)$$

$$= \frac{(\cancel{x-1}) - (\cancel{x+1})}{(x+1)(x-1)} = \frac{-2}{(x+1)(x-1)}$$

Likninger:

$$x + 3 = -2x + 9 \quad | + 2x$$

$$x + 3 + 2x = -2x + 9 + 2x$$

$$3x + 3 = 9 \quad | - 3$$

$$3x = 9 - 3 = 6 \quad | : 3$$

$$\frac{3x}{3} = \frac{6}{3}$$

$$\underline{\underline{x = 2}}$$

"Lovlige operasjoner" = operasjoner som
bevarer løsningen

* legge til / trekke samme
tall på begge sider

* mult. / dividere med
samme tall $\neq 0$ på
begge sider

"tall" kan også
være et uttrykk
som $2x$

Forholdstall: $\frac{23}{50} = 0.46$

1 percent :

Prosent =
hundredeler

$$\frac{23}{50} \cdot 100\% = 46\%$$

$$0.46 \cdot 100\% = 46\%$$

$$100\% = \frac{100}{100} = 1$$

$$\frac{23}{50} = 0.46 = 46\%$$

Ex: Prisen øker fra 25 til 28.
" " "
Po p

Abschüttelung / velot:

$p - p_0 = 28 - 25 = 3$
 " "
 Δp "delta" p
 = endring i

Relativ ending /velst:
(prosentvis ending)

$$\frac{\Delta P}{P_0} = \frac{P}{25}$$

$$= \frac{3}{25} = 0.12 = \underline{12\%}$$

Kan være negativ eller være nær en 100%

Veistfaktor

Hvis den relative ændringen er r , så er
vektorfaktoren $1+r$.

Ek:

Prisen er 54kr og øker med 10%:

$$r = 10\% = 0,10$$

prosentvis endr.

$$1+r = 1,10$$

vektfaktoren

$$\text{Ny pris: } \underbrace{54}_{P_0} + \underbrace{54 \cdot 10\%}_{\text{abs. prisendr.}} = \underline{59,40}$$

||

$$= 54 \cdot (1 + 10\%) = 54 \cdot 1,10$$

Regning med vektfaktorer

Dersom en størrelse K har startverdi K_0 og endres gjentatte ganger med relativ endring $r_1, r_2, \dots, r_n$, da er

$$K = K_0 (1+r_1)(1+r_2) \dots (1+r_n)$$

Ek: Prisen endres med 12% i året 7 år på rad. Hva er samlet prosentøkning?

$$P_0 \rightarrow \underset{\text{etter 1 år}}{P_0 \cdot 1,12} \rightarrow \underset{\text{etter 2 år}}{P_0 \cdot 1,12 \cdot 1,12} \rightarrow \dots \rightarrow P = P_0 \cdot 1,12^7$$

$$\frac{\Delta P}{P_0} = \frac{P_0 \cdot 1,12^7 - P_0}{P_0} = \frac{\cancel{P_0} \cdot (1,12^7 - 1)}{\cancel{P_0}} = 1,12^7 - 1$$

$$\approx 1,21 = \underline{\underline{121\%}}$$

3

Potenser.



$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ faktorer}}$$

Retn. for alle
tall a , og $n=1,2,3,4,\dots$

Husk:

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$$

$$a^n / a^m = a^{n-m}$$

$$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$$

Utvikelse av potensbegrepet:

Hvis $a \neq 0$: Betrakter:

$$2^{-3} = \frac{2^2}{2^5} = \frac{\cancel{2 \cdot 2}}{\cancel{2 \cdot 2} \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2} = \frac{1}{2^3}$$

$$a^0 = 1$$

$$a^{-1} = \frac{1}{a}$$

$$a^{-2} = \frac{1}{a^2}$$

$\vdots$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n} \text{ for } n=1,2,3,\dots$$

Hvis $a > 0$: Betrakter

Ex: $2^{1/2} = \sqrt{2}$

$$(2^{1/2})^2 = 2^{\frac{1}{2} \cdot 2} = 2^1 = 2$$

$$2^{1/3} = \sqrt[3]{2}$$

$$a^{1/n} = \sqrt[n]{a} \quad n=2,3,4,\dots$$

$$a^{m/n} = (\sqrt[n]{a})^m$$

$$= \sqrt[n]{a^m}$$

når m, n
er heltall

Exo: Vi setter inn 1000 kr på en bankkonto
til 2% rente. Etter 7 mnd er dette
valst til:

$$1000 \cdot 1,02^{7/12} = 1000 \cdot \sqrt[12]{1,02^7}$$

= ...

Kalkulator: y^x ~~1,02~~ 1,02 y^x (7/12)

Rot: $\sqrt[5]{31} = 31^{1/5} = 31^{0,2} \rightarrow 31 y^x 0,2$

Viktige definisjoner:

$$a^0 = 1 \text{ for } \underline{a \neq 0}$$

$$a^{-n} = 1/a^n \text{ for } \underline{a \neq 0}, n=1,2,3,\dots$$

$$a^x = \sqrt[n]{a^m} = (\sqrt[n]{a})^m \text{ når } x = m/n \text{ med } m, n \text{ heltall, } n \neq 0 \text{ (rasjonalt tall)} \\ \text{og } \underline{a > 0}$$