Plan:

1. Lineære system med parametre og Kramers regel
2. Vektorregning
3. Lineære system på matriseform

Pensum:

[E] 6.4–6.5

Eksamen MET11806 (fagoppgave, dvs innlevering) legges ut om ca to uker, og vil for det meste bestå av oppgaver fra Kap 5–6.

Repetisjon:

1) Determinanter:

A → $\det(A) = |A|$

$n \times n$ -matrise (kvadratisk) → determinanten til A, et tall

Metoder for å regne ut determinanter:

a) $n=2$: $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$

b) $n=3$: $\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix} \begin{matrix} a & b \\ d & e \\ g & h \end{matrix} = aei + bfg + cdh - ceg - afh - bdi$

eller

Kofaktorutvikling

Kofaktoren $C_{ij} = (-1)^{i+j} \cdot M_{ij}$

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = a_{11}C_{11} + a_{12}C_{12} + a_{13}C_{13}$$

$$= +a_{11} \cdot \begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} - a_{12} \begin{vmatrix} a_{21} & a_{23} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix} + a_{13} \cdot \begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix}$$

Kofaktorutvikling langs valgfri rad / kolonne gir $|A|$.

c) $\underline{n \geq 4}$: Kofaktorutvikling ← som for $n=3$

eller

Bruk av elementære radoperasjoner ← for å forenkle matrisen

Resultat:

I en kvadratisk matrise på trappeform:

$|A|$ = produktet på diagonalen

Diagonalen består av <u>pivoter</u> og nuller

$$\begin{pmatrix} \circ & \cdot & \cdot & \vdots & \vdots \\ \circ & \circ & \cdot & \vdots & \vdots \\ \circ & \circ & \circ & \vdots & \vdots \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} \circ & \cdot & \cdot & \vdots \\ \circ & \circ & \cdot & \vdots \\ \circ & \circ & \circ & \circ \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} \circ & \cdot & \cdot & \vdots \\ \circ & \circ & \cdot & \vdots \\ \circ & \circ & \circ & 0 \end{pmatrix}$$

Merk: $A \to B$ elementær radoperasjon

i) Bytte om to rader: $|B| = -|A|$

ii) Mult. en rad med $c \neq 0$: $|B| = c \cdot |A|$

iii) Legge til et multiplum av en rad til en annen rad: $|B| = |A|$

ii) Determinanter og lineære system

$$\left.\begin{aligned} a_{11}x_1 + \dots + a_{1n}x_n &= b_1 \\ &\vdots \\ a_{m1}x_1 + \dots + a_{mn}x_n &= b_m \end{aligned}\right\} \text{ } m \times n \text{ lineært system}$$

$$\downarrow$$

$$\underset{\text{koeffisientmatrise (kvadratisk)}}{A = \begin{pmatrix} a_{11} & \dots & a_{1n} \\ \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}} \quad \underset{\text{variabler}}{\underline{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}} \quad \underset{\text{konstanter}}{\underline{b} = \begin{pmatrix} b_1 \\ \vdots \\ b_m \end{pmatrix}}$$

$$(A \mid \underline{b}) = \left(\begin{array}{ccc|c} a_{11} & \dots & a_{1n} & b_1 \\ \vdots & & \vdots & \vdots \\ a_{m1} & \dots & a_{mn} & b_m \end{array}\right)$$

utvidet matrise

I et $n \times n$ lineært system (antall likninger = antall ukjente):

$|A| \neq 0 \iff$ én løsning

$|A| = 0 \iff$ ingen løsning eller uendelig mange løsn.

Ved å regne ut determinanten til koeffisientmatrisen A, finner ut hvor pivotene i systemet havner.

Pivotposisjonene bestemmer antall løsninger.

Eks:
$$x + 2y + z = 4$$
$$7x - y + 3z = 1$$
$$2x + y - z = 5$$

$$|A| = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 7 & -1 & 3 \\ 2 & 1 & -1 \end{vmatrix} = 1\cdot(-2) - 2(-13) + 1\cdot(9) = -2 + 26 + 9 = \underline{33}$$

$|A| \neq 0$. $\Rightarrow$ Systemet har én løsning

① Lineære system med parametre

Eks:
$$x + y = 4$$
$$x + ay = 2$$
(a parameter)

$\longrightarrow$ Løs for x, y (utgjøre) for hver verdi av a.

$$\left(\begin{array}{cc|c} 1 & 1 & 4 \\ 1 & a & 2 \end{array}\right) \xrightarrow{-1} \left(\begin{array}{cc|c} 1 & 1 & 4 \\ 0 & a-1 & -2 \end{array}\right)$$

trappeform

$a = 1$: $\left(\begin{array}{cc|c} 1 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & -2 \end{array}\right)$ ingen løsning

$a \neq 1$: $\left(\begin{array}{cc|c} 1 & 1 & 4 \\ 0 & a-1 & -2 \end{array}\right)$ én løsning

$$x + y = 4 \qquad x = 4 - \frac{(-2)}{a-1} = \frac{4a-2}{a-1}$$
$$(a-1)y = -2 \qquad y = \frac{-2}{a-1}$$

$$\boxed{(x,y) = \left(\frac{4a-2}{a-1}, \frac{-2}{a-1}\right) \text{ for } a \neq 1}$$

$$|A| = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & a \end{vmatrix} = a - 1$$

$|A| = 0$: $a = 1$ ingen løsn. eller uend.-mange l.

$|A| \neq 0$: $a \neq 1$ én løsn.

Eks: $ax + y = 4$
$x + ay = 2$

$$\left(\begin{array}{cc|c} a & 1 & 4 \\ 1 & a & 2 \end{array}\right) \rightarrow \left(\begin{array}{cc|c} 1 & a & 2 \\ a & 1 & 4 \end{array}\right) \begin{matrix} \\ -a \end{matrix}$$

$$\rightarrow \left(\begin{array}{cc|c} 1 & a & 2 \\ 0 & 1-a^2 & 4-2a \end{array}\right)$$

$a = \pm 1$: $\left(\begin{array}{cc|c} 1 & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & \odot \end{array}\right)$ ingen løsn.

$a \neq \pm 1$: $\left(\begin{array}{cc|c} 1 & \cdot & \cdot \\ 0 & \odot & \cdot \end{array}\right)$ Én løsning

Alt: $|A| = \begin{vmatrix} a & 1 \\ 1 & a \end{vmatrix} = \underline{a^2 - 1}$

$|A| = 0$: $a^2 - 1 = 0$, $a = \pm 1$ — ingen løsn. eller uendelig mange løsn.

$|A| \neq 0$: $a \neq \pm 1$ — Én løsning

Typisk eksempel:

- For å finne ut hva som skjer når $|A| = 0$ $(a = \pm 1)$ bruk Gauss for $\underline{a = 1}$ og for $\underline{a = -1}$.
- For å finne løsningene (uttrykt ved a) når $|A| \neq 0$ $(a \neq \pm 1)$ kan vi bruke Cramers regel.

Oppsummerte 23 Opps. 7:

a) $\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 3 & a & 0 \\ 2 & -a & 3 & 0 \\ 3 & 2 & 4 & 0 \end{array}\right)$

$$|A| = \begin{vmatrix} 1 & 3 & a \\ 2 & -a & 3 \\ 3 & 2 & 4 \end{vmatrix} = 1\cdot(-4a-6) - 3(8-9) + a\cdot(4+3a)$$

$$= \cancel{-4a} - 6 + 3 + \cancel{4a} + \underline{3a^2}$$

$$= \underline{3a^2 - 3} = 3(a^2-1) = \underline{3(a+1)(a-1)}$$

$|A| = 0$: $a = -1,\ a = 1$ ~~Ingen løsn. eller~~ uendelig mange løsn. homogent $\Downarrow$ ingen pivot i siste kolonne

$|A| \neq 0$: $a \neq \pm 1$ én løsn.

$\left(\begin{array}{ccc|c} \odot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \odot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \odot & \cdot \end{array}\right)$

$\begin{cases} \text{Én løsn. for } a \neq \pm 1 \\ \text{Uendelig mange løsn. for } a = \pm 1 \end{cases}$

Kramers regel: $(A \mid \underline{b})$

Anta at vi har et $n \times n$ lineært system (antall likn. = antall ukjente) og $|A| \neq 0$ (der A er koeff.matrisen til systemet). Da har vi:

$$\boxed{x_1 = \frac{|A_1(\underline{b})|}{|A|} \quad x_2 = \frac{|A_2(\underline{b})|}{|A|} \quad \dots \quad x_n = \frac{|A_n(\underline{b})|}{|A|}}$$

hvor $A_i(\underline{b})$ er matrisen vi får hvis vi bytter ut kolonne i fra A med $\underline{b}$.

Eks:

7a)

$$\begin{aligned} x + 3y + az &= 0 \\ 2x - ay + 3z &= 0 \\ 3x + 2y + 4z &= 0 \end{aligned}$$

$$\left(\underbrace{\begin{matrix} 1 & 3 & a \\ 2 & -a & 3 \\ 3 & 2 & 4 \end{matrix}}_{A} \;\middle|\; \underbrace{\begin{matrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{matrix}}_{\underline{b}} \right)$$

$$|A| = 3a^2 - 3 = 3(a-1)(a+1)$$

$a \neq \pm 1$:

$$x = \frac{|A_1(\underline{b})|}{|A|} = \frac{\begin{vmatrix} 0 & 3 & a \\ 0 & -a & 3 \\ 0 & 2 & 4 \end{vmatrix}}{3(a-1)(a+1)} = \underline{0}$$

$$y = \frac{|A_2(\underline{b})|}{|A|} = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 0 & a \\ 2 & 0 & 3 \\ 3 & 0 & 4 \end{vmatrix}}{3(a-1)(a+1)} = \underline{0}$$

$$z = \frac{|A_3(\underline{b})|}{|A|} = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 2 & -a & 0 \\ 3 & 2 & 0 \end{vmatrix}}{3(a-1)(a+1)} = \underline{0}$$

Eks:

$$\begin{aligned} x+y+z &= 4 \\ x+2y+4z &= 7 \\ x+ay+9z &= 13 \end{aligned}$$

$$\left(\underbrace{\begin{matrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 4 \\ 1 & a & 9 \end{matrix}}_{A} \middle| \underbrace{\begin{matrix} 4 \\ 7 \\ 13 \end{matrix}}_{b}\right)$$

$$|A| = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 4 \\ 1 & a & 9 \end{vmatrix} = 1\cdot(18-4a) - 1\cdot 5 + 1\cdot(a-2) = -3a+11$$

$|A|=0$: $\quad -3a+11=0$

$$a = \underline{11/3}$$

$|A|\neq 0$: $\quad a \neq 11/3$

$\underline{a \neq 11/3:}$

$$x = \frac{|A_1(b)|}{|A|} = \frac{\begin{vmatrix} 4 & 1 & 1 \\ 7 & 2 & 4 \\ 13 & a & 9 \end{vmatrix}}{11-3a} = \frac{4(18-4a) - 1\cdot 11 + 1\cdot(7a-26)}{11-3a}$$

$$= \frac{35-9a}{11-3a}, \quad a \neq 11/3$$

$$y = \frac{|A_2(b)|}{|A|} = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 4 & 1 \\ 1 & 7 & 4 \\ 1 & 13 & 9 \end{vmatrix}}{11-3a} = \frac{1(63-52) - 4(5) + 1(13-7)}{11-3a}$$

$$= \frac{-3}{11-3a}$$

$$z = \frac{|A_3(b)|}{|A|} = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 1 & 4 \\ 1 & 2 & 7 \\ 1 & a & 13 \end{vmatrix}}{11-3a} = \frac{1\cdot(26-7a) - 1(13-7) + 4(a-2)}{11-3a}$$

$$= \frac{-3a+12}{11-3a}$$

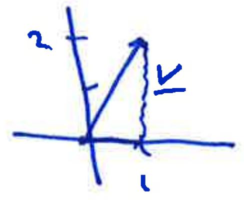
2 Vektorregning

<u>Husk:</u> n-vektor

$$\underline{v} = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \vdots \\ v_n \end{pmatrix}$$

<u>Eks:</u>

$$\underline{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$



geometrisk

<u>Regneoperasjoner:</u>

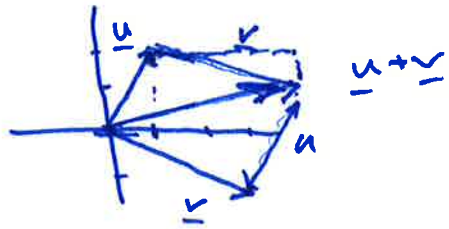
i) <u>Vektoraddisjon:</u>

$$\underline{u} + \underline{v} = \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_n \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \vdots \\ v_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_1+v_1 \\ u_2+v_2 \\ \vdots \\ u_n+v_n \end{pmatrix}$$

- definert hvis vektorene har same størrelse
- resultatet er en ny vektor

<u>Eks:</u>

$$\underbrace{\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}}_{=\underline{u}} + \underbrace{\begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix}}_{=\underline{v}} = \underline{\underline{\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix}}}$$



geometrisk

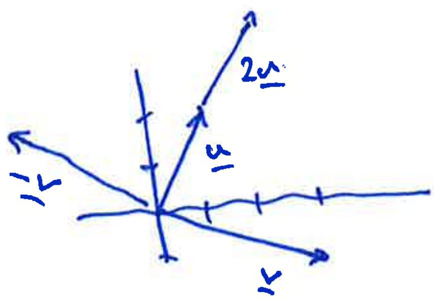
ii) <u>Skalarmultiplikasjon:</u> multiplikasjon av en vektor med et tall (tall = skalar)

$$r \cdot \underline{v} = r \cdot \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \vdots \\ v_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} rv_1 \\ rv_2 \\ \vdots \\ rv_n \end{pmatrix}$$

<u>Eks:</u>

$$2 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} \overset{?}{=} \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$$-1 \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ 1 \end{pmatrix}$$



<u>Merk:</u> $\underline{v} = r \cdot \underline{u} \Leftrightarrow$ $\underline{u}$ og $\underline{v}$ ligger langs samme rette linje

Lineærkombinasjoner:

Anta at $\underline{v_1}, \underline{v_2}, \ldots, \underline{v_r}$ er vektorer av samme størrelse.
En lineærkombinasjon av $\underline{v_1}, \ldots, \underline{v_r}$ et uttrykk på formen

$$\boxed{c_1 \cdot \underline{v_1} + c_2 \cdot \underline{v_2} + \cdots + c_r \cdot \underline{v_r}}$$

der $c_1, c_2, \ldots, c_r$ er gitte tall.

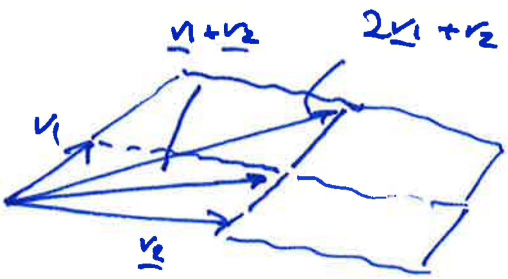
Eks: $\underline{v_1} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\underline{v_2} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}$

$$2\underline{v_1} - \underline{v_2} = 2 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} = \underline{\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}}$$

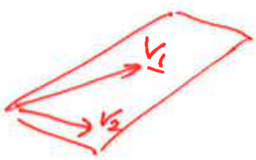
$(2 \cdot \underline{v_1} + (-1) \cdot \underline{v_2})$

$$\underline{v_1} + 2\underline{v_2} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + 2\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \\ 9 \end{pmatrix}$$

$$c_1 \cdot \underline{v_1} + c_2 \underline{v_2} = c_1 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + c_2 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_1 + c_2 \\ c_1 + 2c_2 \\ c_1 + 4c_2 \end{pmatrix}$$



alle lin. kombinasjoner av $\underline{v_1}$ og $\underline{v_2}$ = plan utspent av $\underline{v_1}$ og $\underline{v_2}$



Eks: $\underline{v}_1 = \begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}$ $\quad \underline{v}_2 = \begin{pmatrix}1\\2\\4\end{pmatrix}$ $\quad \underline{b} = \begin{pmatrix}3\\1\\2\end{pmatrix}$

Er $\underline{b}$ en lineærkomb. av $\underline{v}_1, \underline{v}_2$?

$$x \cdot \underline{v}_1 + y \cdot \underline{v}_2 = \underline{b} \quad \leftarrow \text{vektorlikning.}$$

$$x \cdot \begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix} + y \begin{pmatrix}1\\2\\4\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}3\\1\\2\end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix}x+y\\x+2y\\x+4y\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}3\\1\\2\end{pmatrix} \longrightarrow \begin{aligned} x+y &= 3\\ x+2y &= 1\\ x+4y &= 2\end{aligned}$$

$$\left(\begin{array}{cc|c} 1 & 1 & 3\\ 1 & 2 & 1\\ 1 & 4 & 2\end{array}\right) \begin{matrix}-1 & -1\end{matrix} \rightarrow \left(\begin{array}{cc|c} 1 & 1 & 3\\ 0 & 1 & -2\\ 0 & 3 & -1\end{array}\right) -3 \rightarrow \left(\begin{array}{cc|c} 1 & 1 & 3\\ 0 & 1 & -2\\ 0 & 0 & 5\end{array}\right)$$

ingen løsn.

$\underline{b}$ ikke lin. komb. av $\underline{v}_1, \underline{v}_2$

Hvilke vektorer $\begin{pmatrix}a\\b\\c\end{pmatrix}$ er lineær-kombinasjoner av $\underline{v}_1, \underline{v}_2$?

$$x \cdot \begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix} + y \cdot \begin{pmatrix}1\\2\\4\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}a\\b\\c\end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix}x+y\\x+2y\\x+4y\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}a\\b\\c\end{pmatrix}$$

$$\begin{array}{c} \left(\begin{array}{cc|c} 1 & 1 & a\\ 1 & 2 & b\\ 1 & 4 & c\end{array}\right) \begin{matrix}-1 & -1\end{matrix} \\ \begin{matrix}\uparrow & \uparrow & \uparrow\\ \underline{v}_1 & \underline{v}_2 & \underline{b}\end{matrix}\end{array}$$

$$\rightarrow \left(\begin{array}{cc|c} 1 & 1 & a\\ 0 & 1 & b-a\\ 0 & 3 & c-a\end{array}\right) -3 \rightarrow \left(\begin{array}{cc|c} 1 & 1 & a\\ 0 & 1 & b-a\\ 0 & 0 & c-a-3(b-a)\end{array}\right)$$

$c - 3b + 2a = 0$: løsn.

$c - 3b + 2a \neq 0$: ikke løsn.

Konkl: $\begin{pmatrix}a\\b\\c\end{pmatrix}$ er lin. komb. av $\underline{v}_1, \underline{v}_2$

$$\Updownarrow$$

$$\boxed{2a - 3b + c = 0}$$

Defn: Multiplikasjon av en matrise med en vektor.

Anta A er $m\times n$-matrise og $\underline{v}$ er en n-vektor.

$$A = \underbrace{\begin{pmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}}_{n} \Big\} m \qquad \underline{v} = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \vdots \\ v_n \end{pmatrix}$$

Vi kan tenke på A som $A = (\underline{a}_1 | \underline{a}_2 | \cdots | \underline{a}_n)$

Da har vi:

$$\boxed{A \cdot \underline{v} = v_1 \cdot \underline{a}_1 + v_2 \cdot \underline{a}_2 + v_3 \cdot \underline{a}_3 + \cdots + v_n \cdot \underline{a}_n}$$

Eks: $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix} = \underline{4} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix} + \underline{2} \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix} = \underline{\underline{\begin{pmatrix} 8 \\ 10 \end{pmatrix}}}$

$$\underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 4 & 3 \\ 2 & -1 & 7 \end{pmatrix}}_{\substack{2\times 3 \\ \text{matrise}}} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} = 1 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} + 2 \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \end{pmatrix} + 4 \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 7 \end{pmatrix} = \underline{\underline{\begin{pmatrix} 21 \\ 28 \end{pmatrix}}}$$

$\underset{\substack{m\times n \\ \text{matrise}}}{A}$: $T(\underline{v}) = A \cdot \underline{v}$ $\left\{ \begin{array}{l} \text{input: } n\text{-vektorer} \\ \text{output: } m\text{-vektorer} \end{array} \right.$

"funksjon" = lineær transformasjon

3 Lineære system på matriseform

$m \times n$ lineært system

$$m\left\{\boxed{\begin{array}{l} a_{11} \cdot x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + \dots + a_{1n}x_n = b_1 \\ \vdots \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad \vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n = b_m \end{array}}\right.$$

(n under the system)

utvidede matrise:

$$(A \mid \underline{b})$$

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix} \qquad \underline{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix} \qquad \underline{b} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_m \end{pmatrix}$$

koeff. matrisen
($m \times n$-matrise)

$$A \cdot \underline{x} = x_1 \cdot \begin{pmatrix} a_{11} \\ \vdots \\ a_{m1} \end{pmatrix} + x_2 \cdot \begin{pmatrix} a_{12} \\ \vdots \\ a_{m2} \end{pmatrix} + \dots + x_n \cdot \begin{pmatrix} a_{1n} \\ \vdots \\ a_{mn} \end{pmatrix} = \underline{b}$$

$$\boxed{A \cdot \underline{x} = \underline{b}}$$ det lineære systemet på matriseform

" $\underline{x} = \underline{b}/A$ " ? ← Vi skal se på dette neste gang, inverse matriser.