## Veiledningsoppgaver

**Oppgave 1.** *Eksamen BI 2016*
Regn ut de ubestemte integralene:

a) $\displaystyle\int \frac{3x-4}{x^2+x}\,\mathrm{d}x$    b) $\displaystyle\int 18x^2\ln(x+1)\,\mathrm{d}x$    c) $\displaystyle\int e^{\sqrt{x}}\,\mathrm{d}x$

Regn ut grenseverdien. Forklar at den kan tolkes som arealet av et område $R$, og tegn en skisse av $R$:

d) $\displaystyle\int_1^{\infty} \frac{1}{x^2+x}\,\mathrm{d}x = \lim_{b\to\infty}\int_1^{b} \frac{1}{x^2+x}\,\mathrm{d}x$

**Oppgave 2.**
Et eiendomsselskap har en inntektstrøm fra sine leietager som for tiden er 300 millioner kroner per år. Vi antar at inntekstströmmen vil øke i årene som kommer, og velger den kontinuerlige funksjonen

$$f(t) = 300 \cdot e^{t/7}$$

som modell for inntektsraten (i millioner kr per år) etter $t$ år. Regn ut den samlede inntekten i løpet av de neste 10 årene. Hvor mye av denne inntektsstrømmen kommer i løpet av de første to årene?

**Oppgave 3.**
Et eiendomsselskap har en inntektstrøm fra sine leietager som for tiden er 300 millioner kroner per år. Vi antar at inntekstströmmen vil øke i årene som kommer, og velger den kontinuerlige funksjonen

$$f(t) = 300 \cdot e^{t/7}$$

som modell for inntektsraten (i millioner kr per år) etter $t$ år. Regn ut nåverdien av inntektsstrømmen i løpet av de neste 10 årene når vi bruker kontinuerlig forrentning og diskonteringsrente $r = 10\%$. Hvor stor del av denne nåverdien stammer fra leien i løpet av de første to årene?

**Oppgave 4.**
Anta at den (omvendte) etterspørselsfunksjonen $p = f(q)$ og den (omvendte) tilbudsfunksjonen $p = g(q)$ er gitt ved

$$f(q) = 200 - 2q \quad \text{og} \quad g(q) = q + 20$$

Finn likevektsprisen og beregn konsumentoverskuddet og produsentoverskuddet. Lag en tegning som viser disse størrelsene.

**Oppgave 5.**
Anta at den (omvendte) etterspørselsfunksjonen $p = f(q)$ og den (omvendte) tilbudsfunksjonen $p = g(q)$ er gitt ved

$$f(q) = \frac{6000}{q+50} \quad \text{og} \quad g(q) = q + 10$$

Finn likevektsprisen og beregn konsumentoverskuddet og produsentoverskuddet. Lag en tegning som viser disse størrelsene.

**Oppgave 6.** *Eksamen BI 2015*

En eiendom antas å ha verdien $V(t) = 120\, e^{\sqrt{t}/5}$ etter $t$ år. Vi bruker kontinuerlig forrentning med diskonteringsrente $r = 4\%$ når vi beregner nåverdi av salgssummen.

a. Vi ønsker å selge eiendommen når nåverdien av salgssummen er maksimal. Når er det optimalt å selge eiendommen?

b. Det tar $T$ år før eiendommens verdi har økt til det dobbelte. Finn $T$, og vis at det tar $3T$ år til før verdien har doblet seg på nytt.

**Oppgave 7.**

Løs disse likningssystemene:

a) $$\begin{aligned} 2x + 3y &= 14 \\ 7x - 4y &= 20 \end{aligned}$$

b) $$\begin{aligned} x^2 + y^2 &= 10 \\ 7x - 4y &= 17 \end{aligned}$$

c) $$\begin{aligned} 2x + 5y &= 3 \\ xy &= -4 \end{aligned}$$

d) $$\begin{aligned} x^2 - y^2 &= 8 \\ xy &= 3 \end{aligned}$$

**Oppgave 8.**

Løs likningssystemet:

$$\begin{aligned} 2xy + y^3 + y^2 &= 0 \\ x^2 + 3xy^2 + 2xy &= 0 \end{aligned}$$

**Oppgave 9.**

Løs likningen $ax = b$ når

a) $a = b = 1$ b) $a = 1,\ b = 0$ c) $a = 0,\ b = 1$ d) $a = b = 0$

**Oppgave 10.**

Løs disse likningssystemene:

a) $$\begin{aligned} x + y + z &= 4 \\ x + 2y + 4z &= 9 \\ x + 3y + 9z &= 16 \end{aligned}$$

b) $$\begin{aligned} x - y + z &= 3 \\ 2x - 4y + z &= 1 \\ 3x - 5y + 2z &= 4 \end{aligned}$$

**Oppgave 11.**

Oppgaver fra læreboken: 5.7.1 - 5.7.2, 6.1.1 - 6.1.6

Oppgaver fra oppgaveboken: 9.11 - 9.18

# Svar på veiledningsoppgaver

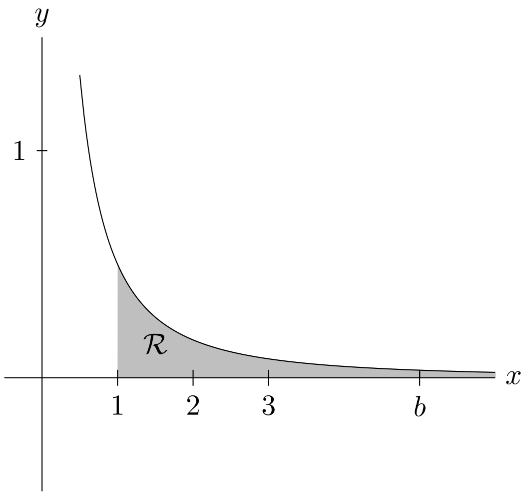
**Oppgave 1.**

a) $-4\ln|x| + 7\ln|x+1| + \mathcal{C}$

b) $6x^3\ln(x+1) - 2x^3 + 3x^2 - 6x + 6\ln(x+1) + \mathcal{C}$

c) $2(\sqrt{x}-1)e^{\sqrt{x}} + \mathcal{C}$

d) Arealet av $R$ er $A(R) = \ln(2) \approx 0.69$. Skisse av arealet er vist nedenfor.




**Oppgave 2.**
Samlet inntekt er $2100(e^{10/7}-1) \approx 6\,663$ millioner kr. Av dette stammer $2100(e^{2/7}-1) \approx 694$ millioner kr fra leie de første to årene.

**Oppgave 3.**
Nåverdi er $7000(e^{3/7}-1) \approx 3\,745$ millioner kr. Av dette stammer $7000(e^{3/35}-1) \approx 626$ millioner kr fra leie de første to årene.

**Oppgave 4.**
Likevektsprisen $p^* = 80$, konsumentoverskuddet er $3\,600$ og produsentoverskuddet er $1\,800$.

**Oppgave 5.**
Likevektsprisen $p^* = 60$, konsumentoverskuddet er $6000\ln(2) - 3000 \approx 1159$ og produsentoverskuddet er 1250.

**Oppgave 6.**
Det er optimalt å selge eiendommen etter 6,25 år, og $T = (5\ln 2)^2 \approx 12$ år.

**Oppgave 7.**

a) $(x,y) = (4,2)$

b) $(x,y) = (3,1), (43/65, -201/65)$

c) $(x,y) = (4,-1), (-5/2, 8/5)$

d) $(x,y = (3,1), (-3,-1)$

**Oppgave 8.**
Løsninger: $(x,y) = (0,0), (0,-1), (3/25, -3/5)$

**Oppgave 9.**

a) $x = 1$ b) $x = 0$ c) ingen løsninger d) alle $x$-verdier er løsninger

**Oppgave 10.**

*a)* $(x,y,z) = (1,2,1)$ *b)* $(x,y,z) = (-z/2 + 1/2, z/2 - 5/2, z)$ der $z$ er en fri variabel.

**Oppgave 11.**

Fullstendig løsning finnes i oppgaveboken [O].