MET1180, 2. forelesning, 23. aug. 2019, Runar Ile

Plan:
1. Repetisjon og noen veiledningsoppg
2. Relativ endring og vekstfaktor
3. Potenser
4. Renter
5. Nåverdi

---

1. Repetisjon

Algebraiske uttrykk: $3ab^2 - 7$, $2x^3 - 11x + 15$

Regnelover: $a(b+c) = ab + ac$ (distr. lov) ...

Røtter: Kvadratroten $\sqrt{b}$ er bare definert hvis $b \geq 0$ og da er $\sqrt{b}$ det tallet $a \geq 0$ slik at $a^2 = b$

F. eks. $\sqrt{x^2} = \begin{cases} x & \text{hvis } x \geq 0 \\ -x & \text{hvis } x < 0 \end{cases} = |x|$

Tredjeroten $\sqrt[3]{b}$ er definert for alle tall b og er tallet a slik at $a^3 = b$

Eks: $\sqrt[3]{-8} = -2$

Potenser: $(-2)^3 = (-2)\cdot(-2)\cdot(-2) = -8$

Noen veiledningsproblemer.

Felles nevner:

$1 \cdot (x-1) = x-1$

3d) $x+3+\frac{2}{x-1} = \frac{x+3}{1} + \frac{2}{x-1}$

$= \frac{x+3}{1} \cdot \underbrace{\frac{x-1}{x-1}}_{=1} + \frac{2}{x-1}$

$= \frac{(x+3)\cdot(x-1)}{1\cdot(x-1)} + \frac{2}{x-1} = \frac{(x+3)(x-1)+2}{x-1}$

$= \frac{x^2-x+3x-3+2}{x-1} = \underline{\underline{\frac{x^2+2x-1}{x-1}}}$

$= \frac{(x+1-\sqrt{2})(x+1+\sqrt{2})}{(x-1)}$

7e) $(x-4)^2 = 9$ så $x-4 = 3$ eller $x-4=-3$

$x = \underline{\underline{7}}$ el. $x = \underline{\underline{1}}$

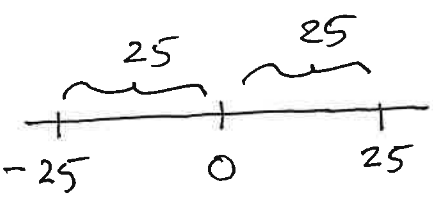
sjekk: $\underline{x=7}$: v.s: $(7-4)^2 = 3^2 = 9$

hs: 9 — så ok

$\underline{x=1}$: vs: $(1-4)^2 = (-3)^2 = 9$

hs: 9 — så ok.

7k) $|x-2| = 25$ dvs: avstanden fra $x-2$ til 0 er 25, så



$x-2 = 25$ el. $x-2 = -25$

$x = \underline{\underline{27}}$ $\quad x = \underline{\underline{-23}}$

8h) $x^3 = 1{,}03^{-12}$ vi får ... $\underline{\underline{x = 1{,}03^{-4}}}$

På kalkulator: 1,03 $\boxed{y^x}$ 4 $\boxed{=}$ $\boxed{1/x}$

eller 1,03 $\boxed{y^x}$ 4 $\boxed{+/-}$ $\boxed{=}$

NB: $1{,}03^{-4} = \dfrac{1}{1{,}03^4}$

Hjemmeleksen: 2 $\boxed{+}$ 3 $\boxed{\times}$ 4 $\boxed{=}$ Skal være Alg

---

2. Relativ endring og vekstfaktor

$\boxed{\text{Relativ endring}} = \dfrac{\text{ny verdi} - \text{gammel verdi}}{\text{gammel verdi}}$

Husk: $\% = \dfrac{1}{100} = 0{,}01$ så $3\% = 3 \cdot \dfrac{1}{100} = 0{,}03$

Eks: Kåres timelønn har økt fra 163 kr til 181 kr. Da er den relative endringen i Kåres timel.

$$\frac{181 - 163}{163} = 0{,}110 = 11{,}0\,\%$$

$\boxed{\text{Vekstfaktor}} = 1 + \text{relativ endring}$

Eks: Vekstfaktoren til Kåres timelønnsøkning er $1 + 0{,}110 = 1{,}11$

Eks: I fjor tjente Kåre 54000 (med 163/t)

Hvis han jobber like mye i år (med 181/t)

vil han tjene $54\,000 \cdot 1{,}11 = 59\,940$

---

3. Potenser

For heltall m, n med $n > 0$ og for alle $a \geq 0$

er $$a^{\frac{m}{n}} \overset{\text{definisjon}}{=} \sqrt[n]{a^m}$$

Eks: $$1{,}11^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{1{,}11^2}$$

Samme grunntall: $$\underbrace{2^{1{,}5} \cdot 2^{3{,}8}}_{=} = 2^{1{,}5+3{,}8}$$

Samme eksponent: $$2^4 \cdot 3^4 = 2\cdot 2\cdot 2\cdot 2 \cdot 3\cdot 3\cdot 3\cdot 3$$

$$= 2\cdot 3 \cdot 2\cdot 3 \cdot 2\cdot 3 \cdot 2\cdot 3 = (2\cdot 3)^4 = 6^4$$

$$\sqrt{2} \cdot \sqrt{3} = 2^{\frac{1}{2}} \cdot 3^{\frac{1}{2}} = (2\cdot 3)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{6}$$

Mønsteret: $$a^r \cdot b^r = (ab)^r$$

Hvordan regner vi 2^{-1} på kalk.?

$2 \boxed{y^x} 1 \boxed{+/-} \boxed{=}$

---

4. Renter

Eks: Du setter 40 000 på en konto som gir 2,3 % årlig rente. Rentene kapitaliseres (legges til kapitalen) hvert år (etterskuddsvis)

Etter ett år er balansen (det som står på kontoen) gitt som $40\,000 + 40\,000 \cdot 2{,}3\,\%$

$$= 40\,000\,(1 + 2{,}3\,\%)$$

$$= 40\,000\,\underbrace{(1 + 0{,}023)}_{\text{vekstfaktor}} = 40000 \cdot 1{,}023$$

$$= 40920{,}00$$

Etter 5 år er balansen

$$40000 \cdot 1{,}023^5$$

Eks: Hvis rentene legges til (kapitaliseres) hvert kvartal, vil det være

etter 1 år : $40000 \cdot (1{,}00575)^4$

etter 5 år : $40\,000 \cdot 1{,}00575^{20}$

$\frac{0{,}023}{4} = 0{,}00575$ (3-måneders rente)

I dette tilfellet sier vi at 2,3% er den <u>nominelle</u> renten

Den årlige vekstfaktoren er

$$1{,}00575^4 = 1{,}023199$$

så den <u>effektive</u> renten er 2,3199 %

Mønsteret:

nominell rente

antall terminer

$$B = B_0 \cdot \left(1 + \frac{r}{n}\right)^m$$

balansen etter m terminer

innskudd

antall rentetermin er pr. år

$$\text{Effektiv rente } r_{eff} = \underbrace{\left(1 + \frac{r}{n}\right)^n}_{\text{vekstfaktor for ett år}} - 1$$

---

5. Nåverdi

La K_0 være en investering/innskudd/betaling i dag. <u>Fremtidsverdien</u> K_n av K_0 om n år (terminer) med rente r er

$$K_n = K_0 \cdot (1+r)^n \qquad (*)$$

Omvendt: Anta K_n skal betales om n år.

Da er nåverdien K_0 av K_n gitt som

$$K_0 = \frac{K_n}{(1+r)^n}$$ (vi løser (*))

Eks: 30 mill utbetalt om 5 år

med 8% årlig rente har nåverdi

$$K_0 = \frac{30 \text{ mill}}{1{,}08^5} = 20{,}42 \text{ mill}$$