

**Veiledningsoppgaver****Oppgave 1.**

Løs de ubestemte integralene:

a)  $\int \ln(x) \, dx$

b)  $\int \ln(x+1) \, dx$

c)  $\int \log_3(x) \, dx$

**Oppgave 2.**

Regn ut de ubestemte integralene:

a)  $\int x \ln(x) \, dx$

b)  $\int x^2 \ln(x) \, dx$

c)  $\int \sqrt{x} \ln(x) \, dx$

d)  $\int x\sqrt{x} \ln(x) \, dx$

e)  $\int \frac{\ln(x)}{x^2} \, dx$

f)  $\int \frac{\ln(x)}{\sqrt{x}} \, dx$

g)  $\int \frac{\ln(x)}{x\sqrt{x}} \, dx$

h)  $\int \frac{\ln(x)}{x} \, dx$

**Oppgave 3.**

Regn ut de ubestemte integralene:

a)  $\int xe^x \, dx$

b)  $\int xe^{-x} \, dx$

c)  $\int (x+1)e^x \, dx$

d)  $\int x^2e^x \, dx$

**Oppgave 4.**

Regn ut disse ubestemte integralene:

a)  $\int \frac{4}{4-x} \, dx$

b)  $\int \frac{4}{4-x^2} \, dx$

c)  $\int \frac{4x}{4-x^2} \, dx$

d)  $\int \frac{x^2}{4-x^2} \, dx$

**Oppgave 5.**

Regn ut disse ubestemte integralene:

a)  $\int \frac{1}{1-x^2} \, dx$

b)  $\int \frac{2x}{1-x^2} \, dx$

c)  $\int \frac{x^2}{1-x^2} \, dx$

d)  $\int \frac{x^2 - 2x + 1}{1-x^2} \, dx$

e)  $\int \frac{1}{(1-x)^2} \, dx$

f)  $\int \frac{2x}{(1-x)^2} \, dx$

g)  $\int \frac{x^2}{(1-x)^2} \, dx$

h)  $\int \frac{x^2 - 2x + 1}{(1-x)^2} \, dx$

**Oppgave 6.**

Regn ut disse ubestemte integralene:

a)  $\int xe^{1-x^2} \, dx$

b)  $\int x \ln(1-x) \, dx$

c)  $\int \frac{x^3 + x^2 - 2x - 6}{x^2 - 1} \, dx$

**Oppgave 7.**

Regn ut det ubestemte integralet

$$\int 2x^3 e^{-x^2} dx$$

**Oppgave 8.**

Regn ut det ubestemte integralet

$$\int \sqrt{x} e^{\sqrt{x}} dx$$

**Oppgave 9.**

Regn ut det ubestemte integralet

$$\int \frac{\sqrt{x} + 1}{1 - \sqrt{x}} dx$$

**Oppgave 10.**Vi betrakter funksjonen gitt ved  $f(x) = 0,60 \ln(1 + x) + 0,40 \ln(1 - x)$ , definert for  $0 \leq x < 1$ .

- (6p) Finn maksimumspunktet  $x = x^*$  og maksimumsverdien  $y = f(x^*)$  til  $f$ .
- (6p) Avgjør om  $f$  er konveks eller konkav.
- (6p) Vis at  $f(x) < 0$  når  $x > 2x^*$ .
- (6p) Skisser grafen til  $f$ .

**Oppgave 11.**

Oppgaver fra læreboken: 5.4.1 - 5.4.5, 5.5.1 - 5.5.6

**Svar på veiledningsoppgaver****Oppgave 1.**

- a)  $x \ln x - x + \mathcal{C}$                       b)  $(x + 1) \ln(x + 1) - (x + 1) + \mathcal{C}$                       c)  $(x \ln x - x) / \ln(3) + \mathcal{C}$

**Oppgave 2.**

- a)  $\frac{1}{2}x^2 \ln x - \frac{1}{4}x^2 + \mathcal{C}$                       b)  $\frac{1}{3}x^3 \ln x - \frac{1}{9}x^3 + \mathcal{C}$                       c)  $\frac{2}{3}x\sqrt{x} \ln x - \frac{4}{9}x\sqrt{x} + \mathcal{C}$   
d)  $\frac{2}{5}x^2 \sqrt{x} \ln x - \frac{4}{25}x^2 \sqrt{x} + \mathcal{C}$                       e)  $-\frac{1}{x} \ln x - \frac{1}{x} + \mathcal{C}$                       f)  $2\sqrt{x} \ln x - 4\sqrt{x} + \mathcal{C}$   
g)  $-\frac{2}{\sqrt{x}} \ln x - \frac{4}{\sqrt{x}} + \mathcal{C}$                       h)  $\frac{1}{2}(\ln x)^2 + \mathcal{C}$

**Oppgave 3.**

- a)  $xe^x - e^x + \mathcal{C}$                       b)  $-xe^{-x} - e^{-x} + \mathcal{C}$                       c)  $(x + 1)e^x - e^x + \mathcal{C}$                       d)  $x^2e^x - 2xe^x + 2e^x + \mathcal{C}$

**Oppgave 4.**

a)  $-4 \ln |4 - x| + \mathcal{C}$

b)  $\ln |2 + x| - \ln |2 - x| + \mathcal{C} = \ln \left| \frac{2 + x}{2 - x} \right| + \mathcal{C}$

c)  $-2 \ln |2 - x| - 2 \ln |2 + x| + \mathcal{C} = -2 \ln |4 - x^2| + \mathcal{C}$

d)  $-x + \ln |2 + x| - \ln |2 - x| + \mathcal{C} = -x + \ln \left| \frac{2 + x}{2 - x} \right| + \mathcal{C}$

**Oppgave 5.**

a)  $\frac{1}{2} \ln \left| \frac{1 + x}{1 - x} \right| + \mathcal{C}$

b)  $-\ln |1 - x^2| + \mathcal{C}$

c)  $-x + \frac{1}{2} \ln \left| \frac{1 + x}{1 - x} \right| + \mathcal{C}$

d)  $-x + \ln \left| \frac{1 + x}{1 - x} \right| + \ln |1 - x^2| + \mathcal{C} = -x + 2 \ln |1 + x| + \mathcal{C}$

e)  $\frac{1}{1 - x} + \mathcal{C}$

f)  $2 \ln |1 - x| + \frac{2}{1 - x} + \mathcal{C}$

g)  $x + 2 \ln |1 - x| + \frac{1}{1 - x} + \mathcal{C}$

h)  $x + \mathcal{C}$

**Oppgave 6.**

a)  $-\frac{1}{2} e^{1-x^2} + \mathcal{C}$

b)  $\frac{1}{2} x^2 \ln(1 - x) - \frac{1}{2} x - \frac{1}{4} x^2 - \frac{1}{2} \ln(1 - x) + \mathcal{C}$

c)  $\frac{1}{2} x^2 + x - 3 \ln |x - 1| + 2 \ln |x + 1| + \mathcal{C} = \frac{1}{2} x^2 + x + \ln \left| \frac{(x + 1)^2}{(x - 1)^3} \right| + \mathcal{C}$

**Oppgave 7.**

$-x^2 e^{-x^2} - e^{-x^2} + \mathcal{C}$

**Oppgave 8.**

$2x e^{\sqrt{x}} - 4\sqrt{x} e^{\sqrt{x}} + 4e^{\sqrt{x}} + \mathcal{C}$

**Oppgave 9.**

$5 - 4\sqrt{x} - x - 4 \ln |1 - \sqrt{x}| + \mathcal{C}$

**Oppgave 10.**

a.  $x^* = 0,20$  og  $f(x^*) = 0,60 \ln(1,20) + 0,40 \ln(0,80) \approx 0,0201$

b.  $f$  er konkav

c. Det følger fra at  $f$  er avtagende for  $x > x^* = 0,20$  og at  $f(2x^*) = 0,60 \ln(1,40) + 0,40 \ln(0,60) \approx -0,0024 < 0$

**Oppgave 11.**

Fullstendig løsning av oppgaver fra læreboken [E] finnes i oppgaveboken [O].