Veiledningsoppgaver

Oppgave 1.
Finn gradienten $\nabla f(1{,}1)$ til f i punktet $(1{,}1)$, og bruk dette til å finne den retningsderiverte $f'_{\mathbf{a}}(1{,}1)$ til $f(x{,}y)$ i punktet $(1{,}1)$ langs vectoren $\mathbf{a} = \begin{pmatrix} a_1 & a_2 \end{pmatrix}^T$:

a) $f(x{,}y) = 2x + 3y$
b) $f(x{,}y) = x^2 + y^2$
c) $f(x{,}y) = 4x^2 - 6xy + 9y^2$
d) $f(x{,}y) = x^2 - 2x + 4y^2$
e) $f(x{,}y) = x^3 - 3xy + y^3$
f) $f(x{,}y) = y^2 - x^3 + 3x$
g) $f(x{,}y) = \sqrt{x^2 + y^2}$
h) $f(x{,}y) = \ln(x^2y^2 - x^2 - y^2 + 3)$

Oppgave 2.
Vis at gradienten $\nabla f(a{,}b)$ står normalt på tangentlinjen til nivåkurven $f(x{,}y) = c$ i punktet $(a{,}b)$, og at f vokser om vi går et kort stykke langs gradienten.

Oppgave 3.
Finn den lineære approksimasjonen til f omkring punktet $(1{,}1)$:

a) $f(x{,}y) = 2x + 3y$
b) $f(x{,}y) = x^2 + y^2$
c) $f(x{,}y) = 4x^2 - 6xy + 9y^2$
d) $f(x{,}y) = x^2 - 2x + 4y^2$
e) $f(x{,}y) = x^3 - 3xy + y^3$
f) $f(x{,}y) = y^2 - x^3 + 3x$

Oppgave 4.
Oppgaver fra oppgaveboken: 9.27 - 9.30

Svar på veiledningsoppgaver

Oppgave 1.

a) $\nabla f(1{,}1) = \begin{pmatrix} 2 & 3 \end{pmatrix}^T$, $f'_{\mathbf{a}}(1{,}1) = 2a_1 + 3a_2$
b) $\nabla f(1{,}1) = \begin{pmatrix} 2 & 2 \end{pmatrix}^T$, $f'_{\mathbf{a}}(1{,}1) = 2a_1 + 2a_2$
c) $\nabla f(1{,}1) = \begin{pmatrix} 2 & 12 \end{pmatrix}^T$, $f'_{\mathbf{a}}(1{,}1) = 2a_1 + 12a_2$
d) $\nabla f(1{,}1) = \begin{pmatrix} 0 & 8 \end{pmatrix}^T$, $f'_{\mathbf{a}}(1{,}1) = 8a_2$
e) $\nabla f(1{,}1) = \begin{pmatrix} 0 & 0 \end{pmatrix}^T$, $f'_{\mathbf{a}}(1{,}1) = 0$
f) $\nabla f(1{,}1) = \begin{pmatrix} 0 & 2 \end{pmatrix}^T$, $f'_{\mathbf{a}}(1{,}1) = 2a_2$
g) $\nabla f(1{,}1) = \begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \end{pmatrix}^T$, $f'_{\mathbf{a}}(1{,}1) = (a_1{+}a_2)/\sqrt{2}$
h) $\nabla f(1{,}1) = \begin{pmatrix} 0 & 0 \end{pmatrix}^T$, $f'_{\mathbf{a}}(1{,}1) = 0$

Oppgave 3.

a) $5 + 2(x-1) + 3(y-1)$
b) $2 + 2(x-1) + 2(y-1)$
c) $7 + 2(x-1) + 12(y-1)$
d) $3 + 8(y-1)$
e) -1
f) $3 + 2(y-1)$

Oppgave 4.
Fullstendig løsning finnes i oppgaveboken [O].