

# MET1181 Matematikk for siviløkonomer

## Høst 2021

### Oppgaver

*... if I couldn't formulate a problem in economic theory mathematically, I didn't know what I was doing.*

R. Lucas

## Forelesning 2

### Kap 1.1-4: Vekstfaktor. Potenser og røtter. Renteregning. Nåverdier av kontantstrømmer.

Under står det anbefalte oppgaver fra læreboken [L]. Oppgaveboken [O] inneholder løsningsforslag til alle oppgavene i læreboken og noen flere oppgaver. Etterhvert vil det også komme noen anbefalte eksamensoppgaver.

[L] Eivind Eriksen. Matematikk for økonomi og finans.

[O] Eivind Eriksen. Matematikk for økonomi og finans. Oppgaver og løsningsforslag.

[L] 1.1.1-10

[L] 1.2.1-8

[L] 1.3.1-4

[L] 1.4.1-6

### Oppgaver for veiledningstimene

**torsdag 2/9 fra kl 10 i D1-065/70 «Study Area», CU1-067 og B2-045 (eller på Zoom)**

#### Oppgave 1

- Billettprisen Oslo-Bergen endres fra 699 til 899 kroner. Finn den relative endringen og vekstfaktoren.
- Billettprisen Oslo-Bergen endres fra 899 til 699 kroner. Finn den relative endringen og vekstfaktoren.
- Finn produktet av vekstfaktorene i (a) og (b). Tolk svaret som en vekstfaktor.
- Anta  $a$  og  $b$  er to tall, ulike 0. Vis at

$$\left(1 + \frac{b-a}{a}\right) \cdot \left(1 + \frac{a-b}{b}\right) = 1$$

og bruk dette til å forklare resultatet i (c).

**Oppgave 2** Du setter inn 50 000 på konto med 3,6% nominell rente.

- Anta at det er årlig kapitalisering.
  - Beregn hvor mye det er på kontoen etter 10 år.
  - Finn vekstfaktoren og den relative prosentvise endringen for disse 10 årene.
- Anta at det er månedlig kapitalisering.
  - Beregn hvor mye det er på kontoen etter 10 år.
  - Finn vekstfaktoren og den relative prosentvise endringen for disse 10 årene.
  - Finn den (årlige) effektive renten.

**Oppgave 3** (Midtveiseksamen: 2017v konte, oppgave 1) En bankkonto har en nominell rente på 6,40% per år, og renten kapitaliseres månedlig. Hva er den effektive renten?

- 6,40%
- Mellom 6,40% og 6,50%

- (C) Mellom 6,50% og 6,60%  
 (D) Mer enn 6,60%  
 (E) Jeg velger å ikke svare på denne oppgaven.

#### Oppgave 4

- (a) Beregn hvor mye du må sette på konto i dag hvis det skal stå 250 000 på kontoen om 10 år og renten er 3,4%.  
 (b) Etter 4 år endres renten til 1,9%. Finn balansen etter 10 år.  
 (c) Forklar hvorfor svaret i (b) er gitt av uttrykket  $250\,000 \cdot \left(\frac{1,019}{1,034}\right)^6$ .  
 (d) Beregn hvor mye du måtte satt i banken i tilfellet (b) for å få 250 000 etter 10 år.  
 (e) Forklar hvorfor svaret i (d) er gitt av uttrykket  $\frac{250\,000}{1,019^6 \cdot 1,034^4}$ .

#### Oppgave 5

- (a) Finn nåverdien til en utbetaling på 70 millioner kroner om 4 år når den årlige renten er 9%. Anta 70 millioner kroner utbetales etter 5 år. La  $r$  være renten som gir samme nåverdi som i (a).  
 (b) Tror du  $r$  er større eller mindre enn 9%? Tenk igjennom, finn argumenter, snakk med noen!  
 (c) Beregn  $r$ .  
 (d) Forklar hvorfor svaret i (c) kan skrives som  $1,09^{\frac{4}{5}} - 1$ .

**Oppgave 6** En investering på 20 millioner skal gi en utbetaling på 9 millioner om 4 år og ytterligere 14 millioner om 7 år.

- (a) Anta renten er 12%. Beregn nåverdien av kontantstrømmen.  
 (b) Tror du renten må økes eller minskes for at kontantstrømmen skal få nåverdi lik 0? Tenk igjennom, finn argumenter, snakk med noen!  
 (c) Vis at internrenten til kontantstrømmen er 2,44%.  
 (d) Syns du dette virker som en interessant investering? Begrunn svaret, snakk med noen!

**Oppgave 7** Et farmasøytisk selskap ønsker å teste ut en ny medisin og deretter selge patentet. Testingen foregår over 5 år og koster 400 millioner i året (vi regner at utgiftene betales i slutten av året). Patentet selges deretter umiddelbart.

- (a) Anta diskonteringsrenten settes til 12%. Hva må patentet koste for at denne diskonteringsrenten også blir internrenten for kontantstrømmen?  
 (b) Patentet selges for 3,20 milliarder. Finn internrenten til kontantstrømmen.

**Oppgave 8** Vi har kontantstrømmen

År	0	3	5	7	8
Betaling	-30	-15	4	11	48

Anta renten er 9%.

- (a) Beregn fremtidsverdien etter 8 år.  
 (b) Beregn nåverdien.

Anta renten er 13%.

- (c) Beregn fremtidsverdien etter 8 år.  
 (d) Beregn nåverdien.  
 (e) Vi antar at den årlige renten er  $r$ , og at fremtidsverdien til kontantstrømmen etter  $n$  år er  $K_n$ . Spesielt er da  $K_0$  nåverdien til kontantstrømmen. Forklar hvorfor

$$K_8 = K_0 \cdot (1 + r)^8$$

og sjekk at dette stemmer i (a-b) og (c-d). Forklar hvorfor fortegnet til  $K_0$  er det samme som fortegnet til  $K_8$ .

**Oppgave 9** Hege og Kåre sparer penger. Hege sparer 5 300/mnd. Kåre sparer 4 800/mnd. Den nominelle renten på sparekontoen er 3,6% med månedlig forentning. Når de begynner har Kåre allerede 200 000 på kontoen som han har fått av pappa fordi han (nesten) ikke har begynt å røke. Hege har ingenting.

Når tar Hege igjen Kåre?

## Fasit

### Oppgave 1

- (a) Relativ endring er  $r_1 = \frac{899-699}{699} = 28,61\%$ . Vekstfaktor er  $1 + r_1 = 1,2861$ .  
(b) Relativ endring er  $r_2 = -22,25\%$ . Vekstfaktor: 0,7775.  
(c)  $(1 + r_1)(1 + r_2) = 1$ .

### Oppgave 2

- (a) (i) 71 214,36 (ii) Vekstfaktor: 1,4243. Relativ endring: 42,43%.  
(b) (ii) 71 627,86 (ii) Vekstfaktor: 1,4326. Relativ endring: 43,26% (iii) 3,66%.

### Oppgave 3 6,591% (C)

### Oppgave 4

- (a) 178 951,20  
(b) 229 013,92  
(d) 195 349,70

### Oppgave 5

- (a) 49,58 millioner kroner  
(c) 7,14%

### Oppgave 6

- (a) -7,95 millioner kroner

### Oppgave 7

- (a) 2,541 milliarder kroner  
(b)  $r = 23,7\%$  (Hint: Du skal få likningen  $(r + 1)^5 - 8r - 1 = 0$ . Bruk f. eks. GeoGebra eller Wolfram Alpha til å plote grafen og les av nullpunktet.)

### Oppgave 8

- (a) -17,69  
(b) -8,88  
(c) -41,19  
(d) -15,49

**Oppgave 9** Hint: Etter å ha arbeidet en måned får Hege og Kåre lønn. De setter penger inn på sparekontoene sine som beskrevet. Sammenlign forskjellen på de nye balansene med forskjellen på balansene en måned tidligere.