MET1181 Matematikk for siviløkonomer
Høst 2021
Oppgaver

... if I couldn't formulate a problem in economic theory mathematically, I didn't know what I was doing.

R. Lucas

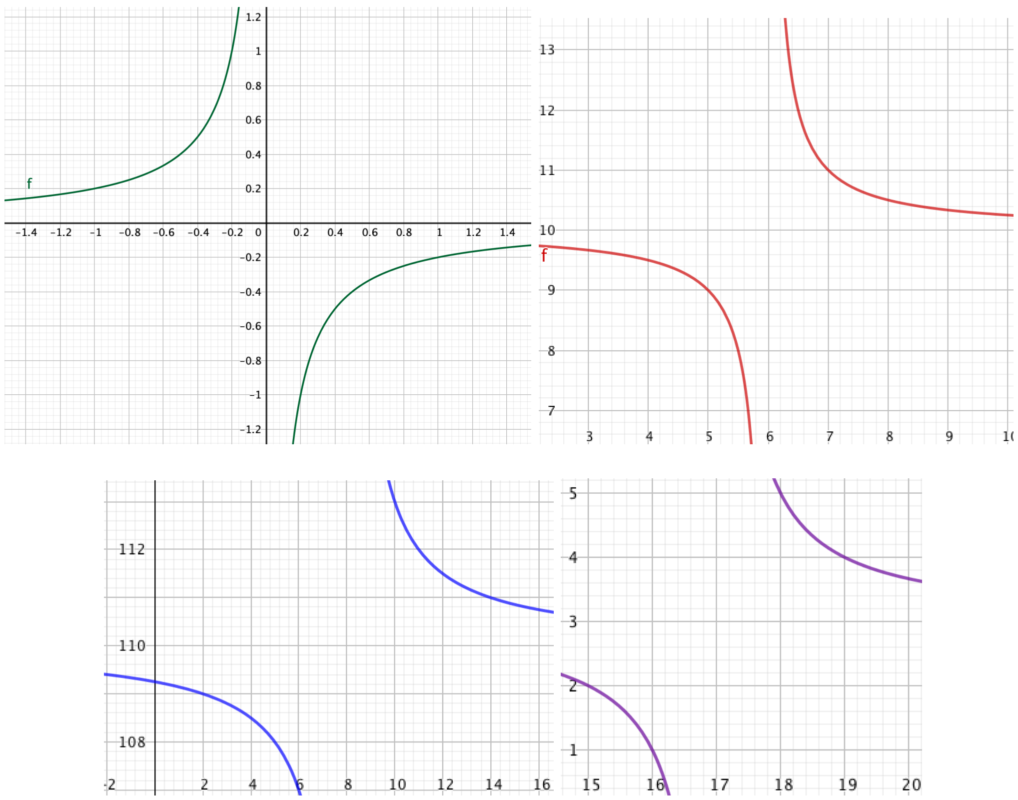
Forelesning 9
tirsdag 12/10 kl 8-9.45 i C1-000.
Kap 3.9-11: Rasjonale funksjoner og asymptoter. Kontinuitet. Sammensatte funksjoner.

[L] 3.8.1-4
[L] 3.9.1-4
[L] 3.10.1-2

Flervalgseksamen 2016h oppg 8
Flervalgseksamen 2017v oppg 8
Flervalgseksamen 2015h oppg 9
Flervalgseksamen 2016v oppg 9

Oppgaver for veiledningstimene torsdag 14/10

Oppgave 1 Bestem funksjonsuttrykket $f(x) = c + \frac{a}{x-b}$ til hyperblene (a-d) i figur 1.



Figur 1: Hyperbler a-d

Oppgave 2 Bestem asymptotene til hyperblene (a-d) i oppgave 1.

Oppgave 3 Bestem asymptotene til de rasjonale funksjonene.

a) $f(x)=\frac{4x-10}{x-3}$ b) $f(x)=\frac{70-40x}{3-2x}$ c) $f(x)=\frac{3x^2-6x+8}{x^2+3}$

d) $f(x)=\frac{4x^2-28x+40}{x^2-4x+3}$ e) $f(x)=\frac{x^2+3x+5}{x-7}$ f) $f(x)=\frac{x^3-8}{x^2-10x+16}$

Oppgave 4 (Flervalgseksamen 2018v oppg 8)
Vi har funksjonen

$$f(x)=\frac{2x^2+5x-7}{x^2-2x+3}$$

Hvilket utsagn er sant?
a) Funksjonen har kun vertikale asymptoter
b) Funksjonen har kun horisontale asymptoter
c) Funksjonen har en vertikal og en horisontal asymptote
d) Funksjonen har to vertikale og en horisontal asymptote
e) Jeg velger å ikke besvare denne oppgaven.

Oppgave 5 Avgjør om funksjonen $f(x)$ har et nullpunkt i intervallet I. Tips: Skjæringssetningen!
a) $f(x)=\sqrt{x-2}-x+3$ og $I=[4,5]$
b) $f(x)=(x-5)\sqrt{(0{,}2x+5)}-0{,}2(x-3)^2$ og $I=[5,15]$
c) $f(x)=\frac{4x-10}{x-3}-4$ og $I=[2,4]$

Fasit

Oppgave 1
a) $f(x)=-\frac{1}{5x}$ b) $f(x)=10+\frac{1}{x-6}$ c) $f(x)=110+\frac{6}{x-8}$ d) $f(x)=3+\frac{2}{x-17}$

Oppgave 2
a) vertikal asymptote: $x=0$, horisontal asymptote: $y=0$
b) vertikal asymptote: $x=6$, horisontal asymptote: $y=10$
c) vertikal asymptote: $x=8$, horisontal asymptote: $y=110$
d) vertikal asymptote: $x=17$, horisontal asymptote: $y=3$

Oppgave 3
a) $f(x)=4+\frac{2}{x-3}$ så vertikal asymptote: $x=3$, horisontal asymptote: $y=4$
b) $f(x)=20+\frac{10}{3-2x}$ så vertikal asymptote: $x=\frac{3}{2}$, horisontal asymptote: $y=20$
c) $f(x)=3-\frac{6x+1}{x^2+3}$ så ingen vertikal asymptote, horisontal asymptote: $y=3$
d) $f(x)=4-\frac{4(3x-7)}{(x-1)(x-3)}$ så vertikale asymptoter: $y=1$ og $y=3$, horisontal asymptote: $x=4$
e) $f(x)=x+10+\frac{75}{x-7}$ så vertikal asymptote: $x=7$, skrå asymptote: $y=x+10$
f) $f(x)=x+10+\frac{84}{x-8}$ så vertikal asymptote: $x=8$, skrå asymptote: $y=x+10$

Oppgave 4 Svar b

Oppgave 5
a) $f(x)$ har nullpunkt mellom $x=4$ og $x=5$ ved skjæringssetningen fordi $f(4)=\sqrt{4-2}-4+3=0{,}41>0$ mens $f(5)=\sqrt{5-2}-5+3=-0{,}27<0$ og funksjonen er definert og kontinuerlig på hele intervallet.
b) $f(x)$ har nullpunkt mellom $x=5$ og $x=6$ ved skjæringssetningen fordi $f(5)=-0{,}80$ mens $f(6)=0{,}69>0$ og funksjonen er definert og kontinuerlig på hele intervallet.
NB: $f(15)=-0{,}52<0$ sammen med $f(6)>0$ forteller at $f(x)$ har nullpunkt mellom $x=6$ og $x=15$. Så f(x) har minst 2 nullpunkter på intervallet $[5,15]$.
c) $f(x)=\frac{2}{x-3}$ har ingen nullpunkter på intervallet $I=[2,4]$ fordi likningen $\frac{2}{x-3}=0$ ikke har noen løsninger. NB: Vi kan ikke bruke skjæringssetningen selv om $f(2)=-2<0$ og $f(4)=2>0$ fordi $f(x)$ ikke er definert i hele intervallet (selv om $f(x)$ er kontinuerlig for alle x der den er definert).