MET 1180, forelesning 7, 15. sept. 2022, Runar Ile

Plan: 1. Kvadratiske likninger
2. Fullføre kvadratet
3. Likninger med gitte løsninger

1. Kvadratiske likninger

- en likning som kan omformes til standardformen $ax^2 + bx + c = 0$ $(a \neq 0)$ som har løsninger)

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Men abc-formelen er ofte ineffektiv:

Eks $-3x^2 + 7 = 0$ $(a = -3,\ b = 0,\ c = 7)$

$$-3x^2 = -7 \quad | : -3$$

$$x^2 = \frac{-7}{-3} = \frac{7}{3}$$

$$|x| = \sqrt{x^2} = \sqrt{\frac{7}{3}} \quad \text{så} \quad x = \pm\sqrt{\frac{7}{3}}$$

Eks $2x^2 - 6x = 0$ $(a = 2,\ b = -6,\ c = 0)$

$$2(x^2 - 3x) = 0 \quad : 2$$

$$x^2 - 3x = 0$$

$$x(x-3) = 0 \quad \text{så} \quad x = 0 \quad \text{eller} \quad x - 3 = 0$$

dvs $x = 3$

Mønster: Hvis $a \cdot b = 0$ så er $a = 0$ eller $b = 0$ (eller begge $= 0$)

2. Fullføre kvadratet

Eks $\underbrace{x^2 + 6x}$ $- 16 = 0$

Påstand: $x^2 + 6x = (x+3)^2 - 9$

– fordi: $(x+3)^2 = x^2 + 2\cdot 3\cdot x + 3^2$

$+6:2$ $\qquad = x^2 + 6x + 9$

$$\underbrace{(x+3)^2 - \overset{3^2}{9}} - 16 = 0$$

$$(x+3)^2 = 25$$

så $x + 3 = 5$ eller $x + 3 = -5$

$\underline{\underline{x = 2}}$ $\qquad$ $\underline{\underline{x = -8}}$

Oppgave Løs andregradslikningen ved å fullføre kvadratet.

a) $\underbrace{x^2 - 8x} - 33 = 0$

Løsning $\frac{-8}{2} = -4$ så $x^2 - 8x = (x-4)^2 - 4^2$

(fordi $(x-4)^2 = x^2 - 2\cdot 4\cdot x + (-4)^2 = x^2 - 8x + 16$)

Skriver om likningen til:

$$\underbrace{(x-4)^2 - 16} - 33 = 0$$

$$(x-4)^2 = 49$$

$x - 4 = 7$ eller $x - 4 = -7$

$\underline{\underline{x = 11}}$ $\qquad$ $\underline{\underline{x = -3}}$

b) $x^2 + 2x = 63$

Løsning $x^2 + 2x = (x+1)^2 - 1^2$ så

skriver om likningen: $(x+1)^2 - 1 = 63$

$$(x+1)^2 = 64$$

$x+1 = 8$ eller $x+1 = -8$

$\underline{\underline{x = 7}}$ $\underline{\underline{x = -9}}$

Start : 9.00

---

3. Likninger med gitte løsninger

Oppgave Løs likningen

$$(x-4)(x+5) = 0$$

Løsning Hvis produktet av to tall er lik 0 : $a \cdot b = 0$

så må minst et av tallene være lik 0 :

$a = 0$ eller $b = 0$

Så, hvis $(x-4)\cdot(x+5) = 0$ må

enten $x - 4 = 0$ eller $x + 5 = 0$

så $\underline{\underline{x = 4}}$ $\underline{\underline{x = -5}}$

Oppgave Bestem andregradsuttrykket $x^2 + bx + c$ med de oppgitte røttene (nullpunktet)

a) 1 og 2

Løsning: $(x-1)\cdot(x-2) = \underline{\underline{x^2 - 3x + 2}}$

b) 11 og −3

Løsning: $(x-11)\cdot(x+3) = \underline{\underline{x^2 - 8x - 33}}$

Merk $3(x-1)\cdot(x-2) = 3x^2 - 9x + 6$ har de samme røttene: 1 og 2

Mønster Hvis r_1 og r_2 er løsninger („røtter") til likningen

$$x^2 + bx + c = 0$$

så vil $\underbrace{(x-r_1)(x-r_2)}_{\circ} = x^2 + bx + c$

Altså $x^2 - r_2 x - r_1 x + (-r_1)(-r_2)$

$= x^2 - (r_1 + r_2)x + r_1 r_2 \quad = x^2 + bx + c$

gir $b = -(r_1 + r_2)$ og $c = r_1 r_2$

Eks $x^2 + 6x - 16 = (x+8)(x-2)$ $\quad r_1 = -8$

$r_2 = 2$