MET1180 Matematikk for siviløkonomer
Høst 2022
Oppgaver

... if I couldn't formulate a problem in economic theory mathematically, I didn't know what I was doing.

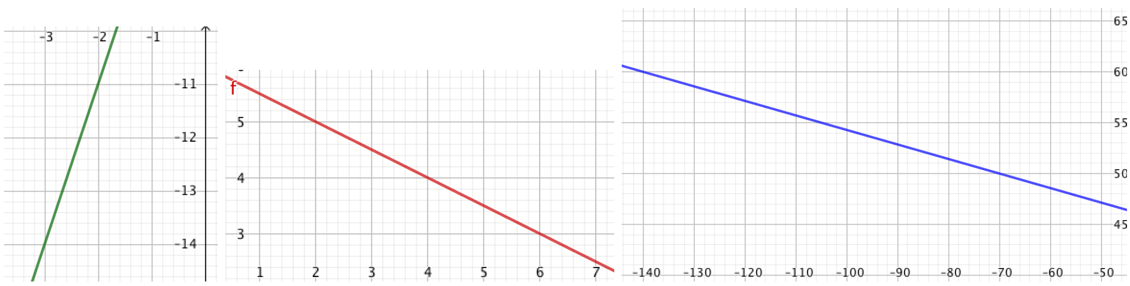
R. Lucas

Forelesning 10
Kap 3.1-5: Funksjoner og grafer.
Lineære og kvadratiske funksjoner. Inntekts- og kostnadsfunksjoner.

[L] 3.1.1-6
[L] 3.2.1-5
[L] 3.3.1-2
[L] 3.4.1-4
[L] 3.5.1-3

Oppgaver for veiledningstimene
torsdag 29/9 fra kl 10 i D1-065/70

Oppgave 1 Finn uttrykket til den lineære funksjonen $f(x)$ i figur 1.



Figur 1: Linjer (a-c)

Oppgave 2 Finn skjæringspunktene mellom grafen og x-aksen og mellom grafen og y-aksen i oppgave 1 a-c.

Oppgave 3 Finn uttrykket til den lineære funksjonen $f(x)$ slik at grafen passerer gjennom punktene P og Q.

a) $P = (-2, 5)$ og $Q = (-4, 6)$

b) $P = (80, 90)$ og $Q = (50, 80)$

c) $P = (4, -3)$ og $Q = (-1, 7)$

Oppgave 4 Finn uttrykket til den lineære funksjonen $f(x)$ hvis grafen passerer gjennom punktet P og har stigningstall a.

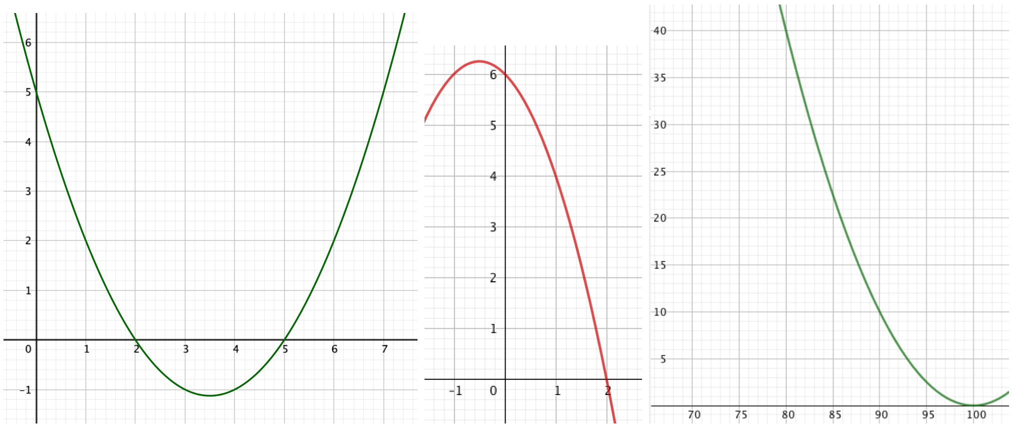
a) $P = (-2, 5)$ og $a = \frac{2}{3}$

b) $P = (8, 90)$ og $a = \frac{1}{10}$

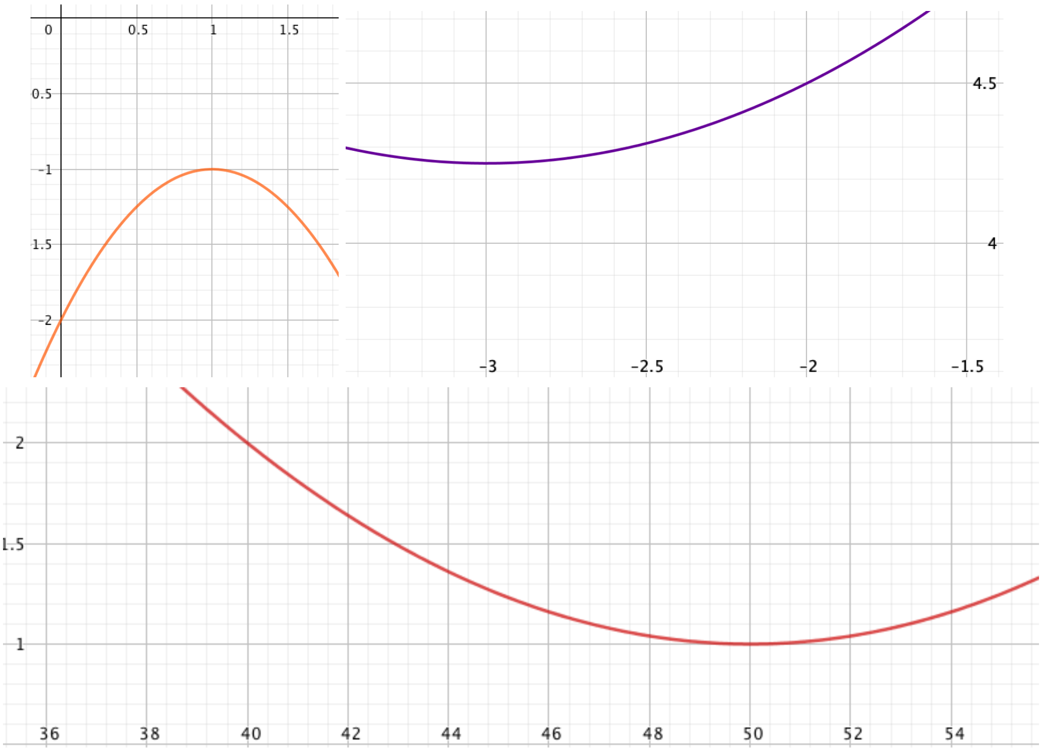
c) $P = (4, 30)$ og $a = -\frac{3}{10}$

Oppgave 5 Finn uttrykket til andregradsfunksjonene $f(x)$ i a-f, se figur 2 og 3.

Oppgave 6 Finn skjæringspunktene mellom grafen og x-aksen og mellom grafen og y-aksen i oppgave 5 c-f.



Figur 2: Parabler (a-c)



Figur 3: Parabler (d-f)

Oppgave 7 Finn uttrykket til andregradsfunksjonen $f(x)$ hvis:

a) Grafen passerer gjennom punktene $P = (0, 7)$, $Q = (1, 4)$ og $R = (2, 3)$.

b) Grafen passerer gjennom punktene $P = (-5, 65)$, $Q = (3, 65)$ og $R = (7, 17)$.

c) Grafen passerer gjennom punktet $P = (4, -6)$ og har bunnpunkt $Q = (\frac{13}{2}, -\frac{49}{4})$.

Oppgave 8 Skriv $f(x)$ på formen $a(x-s)^2 + d$ («fullfør kvadratet») og bruk uttrykket til å skissere grafen. Angi spesielt symmetriaksen til parabelen og maksimums- eller minimumsverdien.

a) $f(x) = x^2 - 10x + 30$ b) $f(x) = 3x^2 + 36x + 110$ c) $f(x) = -\frac{1}{7}x^2 + 2x - 6$

Oppgave 9 Anta x er antall produserte og antall solgte enheter. Bestem hvilke verdier av p (enhetsprisen) som gir positiv profitt for $x > 300$ og negativ profitt for $x < 300$ hvis:

a) Kostnadsfunksjonen $K(x) = 2100 + 5x$ og inntektsfunksjonen $I(x) = px$.

b) Kostnadsfunksjonen $K(x) = 4500 - 5x + 0{,}01x^2$ og inntektsfunksjonen $I(x) = px$ (begge med definisjonsområde $0 \leqslant x \leqslant 1000$).

Fasit

Oppgave 1
a) $f(x) = 3x - 5$
b) $f(x) = -\frac{x}{2} + 6$
c) $f(x) = -\frac{x}{7} + 40$

Oppgave 2
a) $x = \frac{5}{3}$ og $y = -5$
b) $x = 12$ og $y = 6$
c) $x = 280$ og $y = 40$

Oppgave 3
a) $f(x) = -\frac{1}{2}x + 4$
b) $f(x) = \frac{1}{3}x + \frac{190}{3}$
c) $f(x) = -2x + 5$

Oppgave 4
a) $f(x) = \frac{2}{3}x + \frac{19}{3}$
b) $f(x) = \frac{1}{10}x + \frac{446}{5}$
c) $f(x) = -\frac{3}{10}x + \frac{156}{5}$

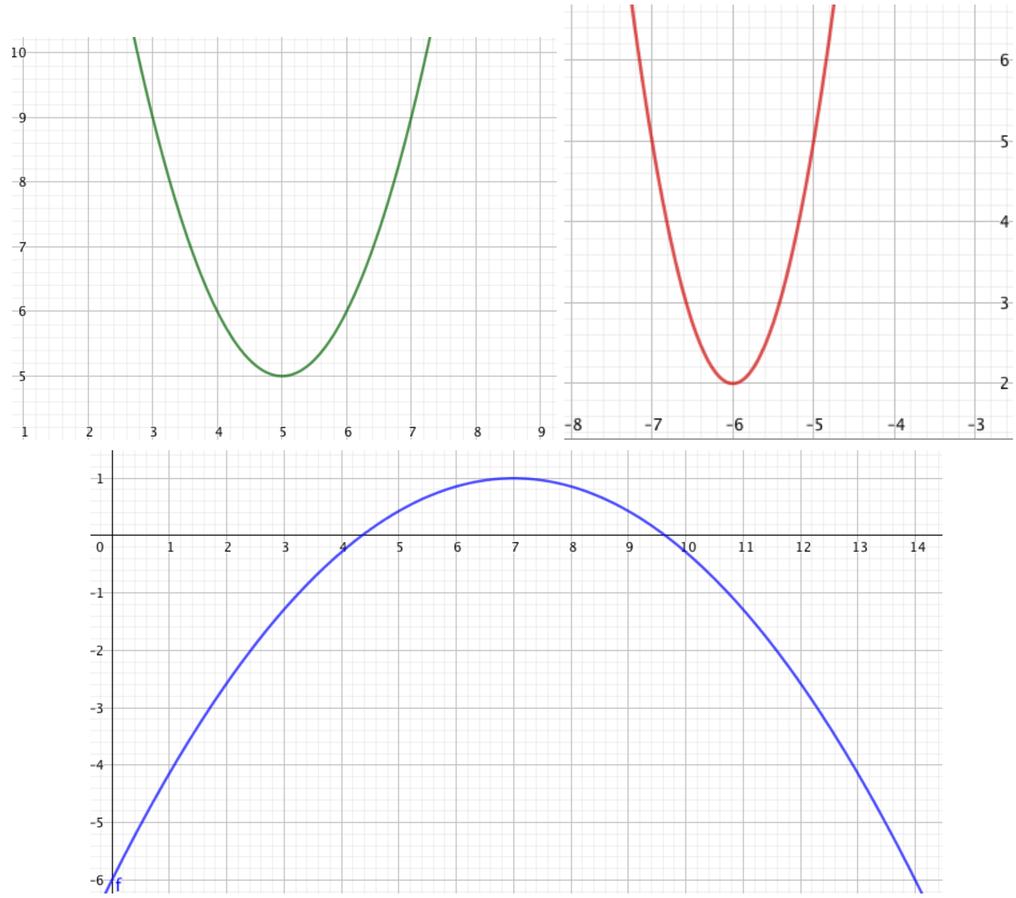
Oppgave 5
a) $f(x) = \frac{1}{2}(x-2)(x-5) = \frac{1}{2}x^2 - \frac{7}{2}x + 5$
b) $f(x) = -(x+3)(x-2) = -x^2 - x + 6$
c) $f(x) = \frac{1}{10}(x-100)^2 = \frac{1}{10}x^2 - 20x + 1000$
d) $f(x) = -(x-1)^2 - 1 = -x^2 + 2x - 2$
e) $f(x) = \frac{1}{4}(x+3)^2 + \frac{17}{4} = \frac{1}{4}x^2 + \frac{3}{2}x + \frac{13}{2}$
f) $f(x) = \frac{1}{100}(x-50)^2 + 1 = \frac{1}{100}x^2 - x + 26$

Oppgave 6
c) $x = 100$ og $y = 1000$
d) ingen og $y = -2$
e) ingen og $y = \frac{13}{2}$
f) ingen og $y = 26$

Oppgave 7
a) $(x-2)^2 + 3 = x^2 - 4x + 7$
b) $-(x+1)^2 + 81 = -x^2 - 2x + 80$
c) $(x - \frac{13}{2})^2 - \frac{49}{4} = x^2 - 13x + 30$

Oppgave 8
a) $f(x) = (x-5)^2 + 5$, den vertikale linjen $x = 5$, $y = 5$ er minimumsverdien
b) $f(x) = 3(x+6)^2 + 2$, den vertikale linjen $x = -6$, $y = 2$ er minimumsverdien
c) $f(x) = -\frac{1}{7}(x-7)^2 + 1$, den vertikale linjen $x = 7$, $y = 1$ er maximumsverdien
For skisser av (a-c) se figur 4. En liten tabell med relevante funksjonsverdier hører med.

Oppgave 9
a) $p = 3600/300 = 12$
b) $p = 13$



Figur 4: Parabler i oppgave 8 a-c