

# MET1180 Matematikk for siviløkonomer

## Høst 2022

### Oppgaver

*... if I couldn't formulate a problem in economic theory mathematically, I didn't know what I was doing.*

R. Lucas

## Forelesning 2 og 3

### Kap 1.1-4: Vekstfaktor. Potenser og røtter. Renteregning. Nåverdier av kontantstrømmer.

Under står det anbefalte oppgaver fra læreboken [L]. Oppgaveboken [O] inneholder løsningsforslag til alle oppgavene i læreboken og noen flere oppgaver. Etterhvert vil det også komme noen anbefalte eksamensoppgaver.

[L] Eivind Eriksen. Matematikk for økonomi og finans.

[O] Eivind Eriksen. Matematikk for økonomi og finans. Oppgaver og løsningsforslag.

[L] 1.1.1-10

[L] 1.2.1-8

[L] 1.3.1-4

[L] 1.4.1-6

### Oppgaver for veiledningstimene torsdag 1/9 fra kl 10 i D1-065/70

#### Oppgave 1

- Billettprisen Oslo-Bergen endres fra 699 til 899 kroner. Finn den relative endringen og vekstfaktoren.
- Billettprisen Oslo-Bergen endres fra 899 til 699 kroner. Finn den relative endringen og vekstfaktoren.
- Finn produktet av vekstfaktorene i (a) og (b). Tolk svaret som en vekstfaktor.
- Anta  $a$  og  $b$  er to tall, ulike 0. Vis at

$$\left(1 + \frac{b-a}{a}\right) \cdot \left(1 + \frac{a-b}{b}\right) = 1$$

og bruk dette til å forklare resultatet i (c).

**Oppgave 2** Du setter inn 50 000 på konto med 3,6% nominell rente.

- Anta at det er årlig kapitalisering.
  - Beregn hvor mye det er på kontoen etter 10 år.
  - Finn vekstfaktoren og den relative prosentvise endringen for disse 10 årene.
- Anta at det er månedlig kapitalisering.
  - Beregn hvor mye det er på kontoen etter 10 år.
  - Finn vekstfaktoren og den relative prosentvise endringen for disse 10 årene.
  - Finn den (årlige) effektive renten.

**Oppgave 3** (Midtveiseksamen: 2017v konte, oppgave 1) En bankkonto har en nominell rente på 6,40% per år, og renten kapitaliseres månedlig. Hva er den effektive renten?

- (A) 6,40%  
(B) Mellom 6,40% og 6,50%

- (C) Mellom 6,50% og 6,60%
- (D) Mer enn 6,60%
- (E) Jeg velger å ikke svare på denne oppgaven.

**Oppgave 4**

- a) Beregn hvor mye du må sette på konto i dag hvis det skal stå 250 000 på kontoen om 10 år og renten er 3,4%.
- b) Etter 4 år endres renten til 1,9%. Finn balansen etter 10 år.
- c) Forklar hvorfor svaret i (b) er gitt av uttrykket  $250\,000 \cdot \left(\frac{1,019}{1,034}\right)^6$ .
- d) Beregn hvor mye du måtte satt i banken i tilfellet (b) for å få 250 000 etter 10 år.
- e) Forklar hvorfor svaret i (d) er gitt av uttrykket  $\frac{250\,000}{1,019^6 \cdot 1,034^4}$ .

**Oppgave 5**

- a) Finn nåverdien til en utbetaling på 70 millioner kroner om 4 år når den årlige renten er 9%. Anta 70 millioner kroner utbetales etter 5 år. La  $r$  være renten som gir samme nåverdi som i (a).
- b) Tror du  $r$  er større eller mindre enn 9%? Tenk igjennom, finn argumenter, snakk med noen!
- c) Beregn  $r$ .
- d) Forklar hvorfor svaret i (c) kan skrives som  $1,09^{\frac{4}{5}} - 1$ .

**Oppgave 6** En investering på 20 millioner skal gi en utbetaling på 9 millioner om 4 år og ytterligere 14 millioner om 7 år.

- a) Anta renten er 12%. Beregn nåverdien av kontantstrømmen.
- b) Tror du renten må økes eller minskes for at kontantstrømmen skal få nåverdi lik 0? Tenk igjennom, finn argumenter, snakk med noen!
- c) Vis at internrenten til kontantstrømmen er 2,44%.
- d) Syns du dette virker som en interessant investering? Begrunn svaret, snakk med noen!

**Oppgave 7** Et farmasøytisk selskap ønsker å teste ut en ny medisin og deretter selge patentet. Testingen foregår over 5 år og koster 400 millioner i året (vi regner at utgiftene betales i slutten av året). Patentet selges deretter umiddelbart.

- a) Anta diskonteringsrenten settes til 12%. Hva må patentet koste for at denne diskonteringsrenten også blir internrenten for kontantstrømmen?
- b) Patentet selges for 3,20 milliarder. Finn internrenten til kontantstrømmen.

**Oppgave 8** Vi har kontantstrømmen

År	0	3	5	7	8
Betaling	-30	-15	4	11	48

Anta renten er 9%.

- a) Beregn fremtidsverdien etter 8 år.
- b) Beregn nåverdien.

Anta renten er 13%.

- c) Beregn fremtidsverdien etter 8 år.
- d) Beregn nåverdien.
- e) Vi antar at den årlige renten er  $r$ , og at fremtidsverdien til kontantstrømmen etter  $n$  år er  $K_n$ . Spesielt er da  $K_0$  nåverdien til kontantstrømmen. Forklar hvorfor

$$K_8 = K_0 \cdot (1 + r)^8$$

og sjekk at dette stemmer i (a-b) og (c-d). Forklar hvorfor fortegnet til  $K_0$  er det samme som fortegnet til  $K_8$ .

**Oppgave 9** Hege og Kåre sparer penger. Hege sparer 5 300/mnd. Kåre sparer 4 800/mnd. Den nominelle renten på sparekontoen er 3,6% med månedlig forentning. Når de begynner har Kåre allerede 200 000 på kontoen som han har fått av pappa fordi han (nesten) ikke har begynt å røyke. Hege har ingenting.

Når tar Hege igjen Kåre?

## Fasit

### Oppgave 1

- a) Relativ endring er  $r_1 = \frac{899-699}{699} = 28,61\%$ . Vekstfaktor er  $1 + r_1 = 1,2861$ .  
b) Relativ endring er  $r_2 = -22,25\%$ . Vekstfaktor: 0,7775.  
c)  $(1 + r_1)(1 + r_2) = 1$ .

### Oppgave 2

- a) i) 71 214,36 ii) Vekstfaktor: 1,4243. Relativ endring: 42,43%.  
b) ii) 71 627,86 ii) Vekstfaktor: 1,4326. Relativ endring: 43,26% iii) 3,66%.

### Oppgave 3 6,591% (C)

### Oppgave 4

- a) 178 951,20  
b) 229 013,92  
d) 195 349,70

### Oppgave 5

- a) 49,58 millioner kroner  
c) 7,14%

### Oppgave 6

- a) -7,95 millioner kroner

### Oppgave 7

- a) 2,541 milliarder kroner  
b)  $r = 23,7\%$  (Hint: Du skal få likningen  $(r + 1)^5 - 8r - 1 = 0$ . Bruk f. eks. GeoGebra eller Wolfram Alpha til å plote grafen og les av nullpunktet.)

### Oppgave 8

- a) -17,69  
b) -8,88  
c) -41,19  
d) -15,49

**Oppgave 9** Hint: Kåre har 200 000 på sparekontoen. Etter å ha arbeidet en måned får Hege og Kåre lønn. De setter penger inn på sparekontoene sine som beskrevet. Sammenlign forskjellen på de nye balansene med forskjellen på balansene en måned tidligere.