Veiledningsoppgaver

Oppgave 1.
Regn ut determinantene:

a) $\begin{vmatrix} 3 & 7 \\ 1 & 3 \end{vmatrix}$ b) $\begin{vmatrix} 7 & 3 \\ 3 & 1 \end{vmatrix}$ c) $\begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 7 & 3 \end{vmatrix}$ d) $\begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 7 \end{vmatrix}$ e) $\begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 6 \end{vmatrix}$ f) $\begin{vmatrix} a & b \\ b & c \end{vmatrix}$

Oppgave 2.
Regn ut determinantene:

a) $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 4 \\ 1 & 3 & 9 \end{vmatrix}$ b) $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 2 \end{vmatrix}$ c) $\begin{vmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 2 & -1 & 3 \\ 3 & 2 & 5 \end{vmatrix}$ d) $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 0 \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}$ e) $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & b & b^2 \end{vmatrix}$

Oppgave 3.
Regn ut determinantene, og avgjør når determinantene er null:

a) $\begin{vmatrix} 2 & a \\ a & 8 \end{vmatrix}$ b) $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & a \\ 1 & a & 9 \end{vmatrix}$ c) $\begin{vmatrix} a & 1 & 7 \\ 0 & 1-a & a \\ 0 & 0 & 2a \end{vmatrix}$ d) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & a \\ 1 & a & 3 \\ 1 & a & 1 \end{vmatrix}$ e) $\begin{vmatrix} a & 1 & 1 \\ 1 & a & 1 \\ 1 & 1 & a \end{vmatrix}$

Oppgave 4.
Regn ut determinantene:

a) $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \end{vmatrix}$ b) $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 3 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 2 \end{vmatrix}$ c) $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 4 & 6 \\ 0 & 2 & \sqrt{3} & -1 \\ 0 & 0 & 3 & 7 \\ 0 & 0 & 0 & -2 \end{vmatrix}$

Oppgave 5.
Når $A = \left(\begin{smallmatrix} 3 & 7 \\ 4 & 6 \end{smallmatrix}\right)$ og $B = \left(\begin{smallmatrix} 5 & 2 \\ 3 & 1 \end{smallmatrix}\right)$, kan vi tenke på matrisen

$$X = \begin{pmatrix} 3 & 7 & 0 & 0 \\ 4 & 6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 5 & 2 \\ 0 & 0 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

som en *blokk-matrise* og skrive den $X = \left(\begin{smallmatrix} A & 0 \\ 0 & B \end{smallmatrix}\right)$, hvor hver av de fire blokkene er en 2×2-matrise.

a) Regn ut $|X|$ b) Vis at $|X| = |A| \cdot |B|$ c) Finn $\left|\begin{smallmatrix} A & B \\ 0 & C \end{smallmatrix}\right|$ når C er en 2×2-matrise med $|C| = 4$

Oppgave 6.
Vi starter med en kvadratisk matrise A, og kommer fram til en ny matrise B ved å gjøre en elementær radoperasjon. Er det alltid slik at $|A| = |B|$? Begrunn hvorfor/hvorfor ikke, og gi eksempler.

Oppgave 7.
Bestem når systemet har eksakt én løsning, og bruk Kramers regel til å finne løsningene i disse tilfellene:

$$a)\ \begin{array}{rcrcr} x & + & ay & = & 3 \\ ax & + & 4y & = & 1 \end{array} \qquad\qquad b)\ \begin{array}{rcrcr} ax & + & y & = & 1 \\ -x & + & ay & = & 2 \end{array}$$

Oppgave 8.
Et lineært system kalles *homogent* dersom alle konstantleddene er null. Hvor mange løsninger har et homogent lineært system med tre likninger og fem ukjente?

Oppgave 9.
Avgjør hvor mange løsninger de lineære systemene har for ulike verdier av parameteren a.

$$a)\ \begin{array}{rcrcrcr} x & + & 3y & + & az & = & 0 \\ 2x & - & ay & + & 3z & = & 0 \\ 3x & + & 2y & + & 4z & = & 0 \end{array} \qquad\qquad b)\ \begin{array}{rcrcrcr} 2x & + & ay & - & z & = & a-5 \\ -x & + & 2y & + & az & = & -3 \\ ax & - & y & + & 2z & = & a+10 \end{array}$$

Oppgave 10.
Eksamen MET1180 (Juni 2016) Oppgave 1abd
Vi betrakter det lineære likningssystemet $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ gitt ved

$$A = \begin{pmatrix} 2-s & 3 & 3 \\ 3 & 2-s & 3 \\ 3 & 3 & 2-s \end{pmatrix}, \quad \mathbf{x} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \quad \text{og} \quad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 3 \\ s+4 \\ 1-2s \end{pmatrix}$$

Vi betrakter s som en parameter og x,y,z som variabler.

a. **(6p)** Løs det lineære systemet når $s = 8$. Hvor mange frihetsgrader har systemet?

b. **(6p)** Regn ut $|A|$ for en vilkårlig verdi av s.

c. **(6p)** For hvilke verdier av s har det lineære systemet eksakt én løsning? Finn x i disse tilfellene.

Oppgaver fra læreboken

Læreboken [E]:	Eriksen, *Matematikk for økonomi og finans*
Oppgaveboken [O]:	Eriksen, *Matematikk for økonomi og finans - Oppgaver og Løsningsforslag*

Oppgaver:	[E] 6.3.1 - 6.3.7, 6.4.1 - 6.4.7
Fullstendig løsning:	Se [O] Kap 6.3 - 6.4
Eksamensoppgaver:	Se Oppgaveark 32

Svar på veiledningsoppgaver

Oppgave 1.

a) 2 b) -2 c) 2 d) -2 e) 0 f) $ac - b^2$

Oppgave 2.

a) 2 b) 2 c) 0 d) 6 e) $(1-a)(1-b)(b-a)$

Oppgave 3.

a) Determinant $16 - a^2$, den er null for $a = \pm 4$

b) Determinant $-a^2 + 2a + 7$, den er null for $a = 1 \pm \sqrt{8}$

c) Determinant $2a^2(1-a)$, den er null for $a = 0$ og $a = 1$

d) Determinant $4 - 2a$, den er null for $a = 2$

e) Determinant $(a-1)^2(a+2)$, den er null for $a = 1$ og $a = -2$

Oppgave 4.

a) 4 b) -10 c) -12

Oppgave 5.

a) 10 b) $10 = (-10) \cdot (-1)$ c) -40

Oppgave 6.

Hvis vi kan komme fra A til B ved å legge til et multippel av en rad til en annen rad, så er $|A| = |B|$. Hvis vi bytter om to rader, så er $|B| = -|A|$. Hvis vi multipliserer en rad med $c \neq 0$, så er $|B| = c \cdot |A|$.

Oppgave 7.

a) $(x,y) = \left(\dfrac{12-a}{4-a^2}, \dfrac{1-3a}{4-a^2}\right)$ for $a \neq \pm 2$ b) $(x,y) = \left(\dfrac{a-2}{a^2+1}, \dfrac{2a+1}{a^2+1}\right)$ for alle a

Oppgave 8.

Uendelig mange løsninger

Oppgave 9.

a) Uendelig mange løsninger for $a = \pm 1$, én løsning for $a \neq \pm 1$
b) Uendelig mange løsninger for $a = -1$, én løsning for $a \neq -1$

Oppgave 10.

a) $(x,y,z) = (z-2, z-3, z)$, en frihetsgrad (z er fri) b) $-s^3 + 6s^2 + 15s + 8 = -(s+1)^2(s-8)$

c) $s \neq 8, -1$, $x = 0$