

- Plan
1. Funksjoner og grafer
  2. Lineære funksjoner og rette linjer
  3. Kvadratiske funksjoner og parabler
  4. Inntekts- og kostnadsfunksjoner
- 

## 1. Funksjoner og grafer

Eks Empiriske funksjoner

- temperatur som funksjon av tiden
- prisen på laks ————
- alle slags indekser
- fruktbarhet

En funksjon er en tabell med funksjonsverdier

x	.....
f(x)	.....

Eks  $f(x)$  = gjennomsnittsalder ved første fødsel i år  $x$ .

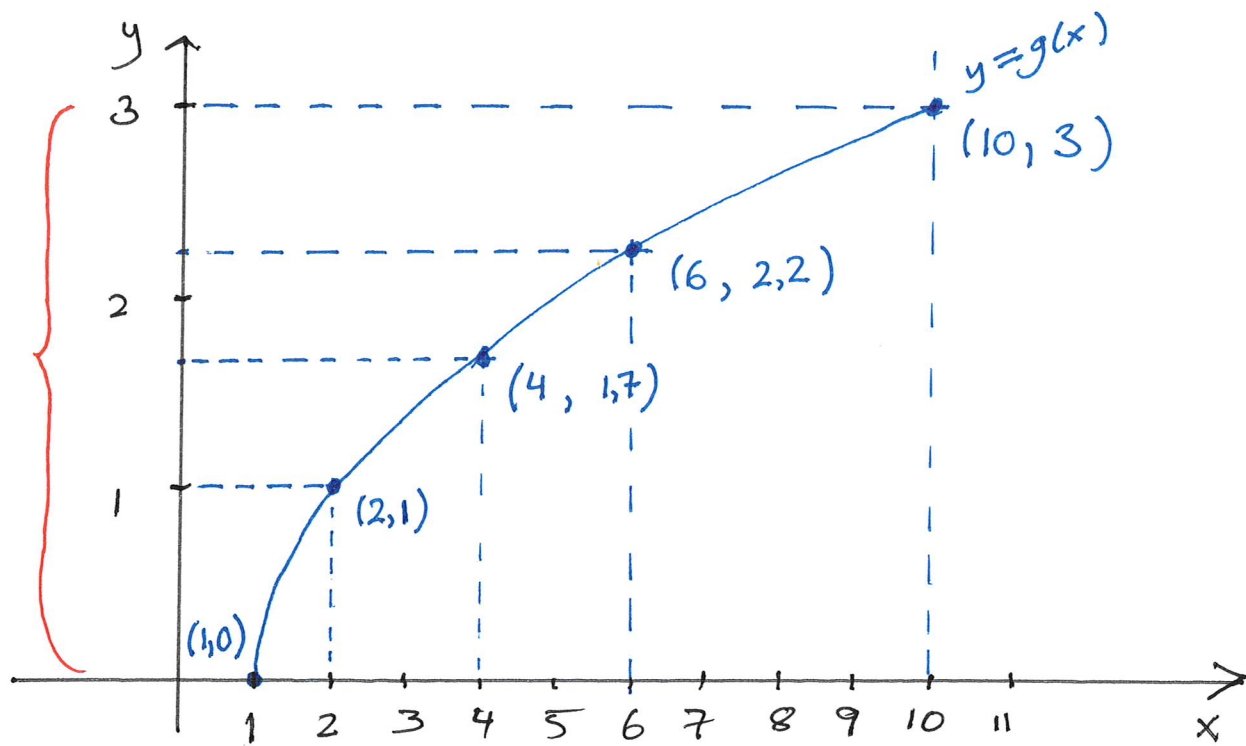
definisjonsområdet:  $x \in [1961, 2022] = D_f$

Eks  $g(x) = \sqrt{x-1}$ . Det største mulige definisjonsområdet er  $D_g = [1, \rightarrow)$ .

Vil tegne grafen til  $g(x)$  med  $D_g = [1, 10]$

x	1	2	4	6	10
g(x)	0	1	1,7	2,2	3

verdimengden  $V_g = [0, 3]$



definisjonsområdet  $D_g = [1, 10]$

2. Lineære funksjoner  $f(x) = ax + b$   
- grafen er en rett linje

Ettpunktsformelen:

Hvis  $(x_0, y_0)$  er et punkt på grafen  
og  $a$  er stigningstallet, så er

$$y - y_0 = a \cdot (x - x_0)$$

↑ uavhengig variabel

↑ uavhengig variabel

EKS Hvis  $(x_0, y_0) = (9, 25)$  og  
 $(x_1, y_1) = (11, 31)$  er to punkter

på en linje så er stigningstallet til  
linjen

$$a = \frac{\text{endring i } y}{\text{endring i } x} = \frac{31 - 25}{11 - 9} = \frac{6}{2} = 3$$

Da sier ettpunktsformelen at

$$y - 25 = 3 \cdot (x - 9) \quad | + 25$$

$$y = 3x - 27 + 25 = 3x - 2$$

så  $f(x) = \underline{\underline{3x - 2}}$  er funksjonsuttrykket til linjen.

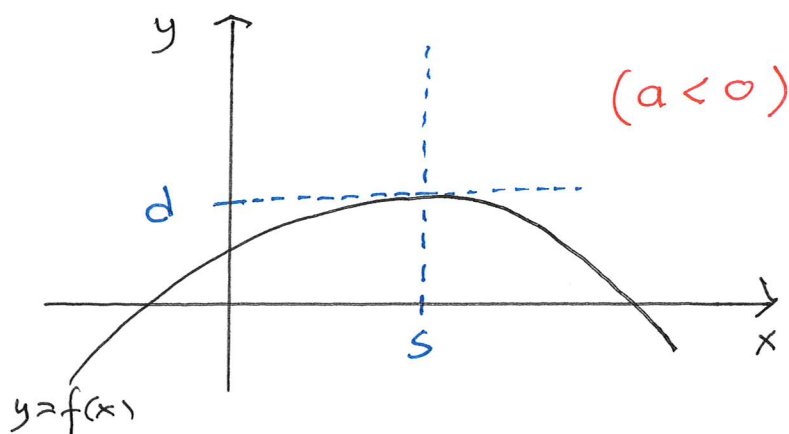
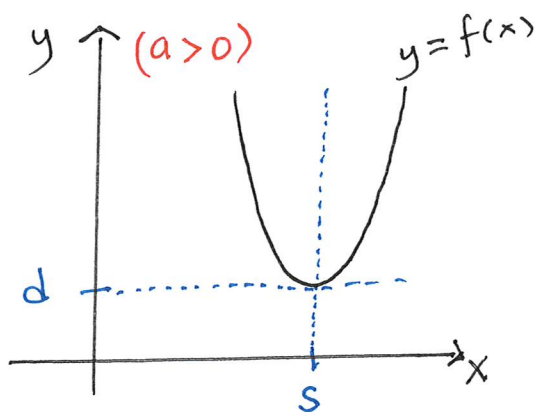
Start: 9.02

### 3. kvadratiske funksjoner og parabler

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

Hvis vi vil tegne/forstå grafen er følgende standardform bedre:

$$f(x) = a \cdot (x - s)^2 + d \quad \text{"ved å fullføre kvadratet"}$$



Eks  $f(x) = x^2 - 2x + 3$

$$= (x - 1)^2 + 2$$

$$(a = 1, s = 1, d = 2)$$

Oppg Den kvadratiske funksjonen  $f(x)$  har minimumsverdi  $y = -1$  og symmetrilinje  $x = 5$ . Punktet  $(9, 3)$  ligger på grafen.

a) Bestem uttrykket  $f(x) = a \cdot (x - s)^2 + d$

b) Bestem hvor grafen skjærer x-aksen

og y-aksen.

## Løsning

a) Har fått oppgitt  
 $s = 5$  og  $d = -1$

$$\text{så } f(x) = a \cdot (x-5)^2 - 1$$

Vet at  $f(9) = 3$  dvs

$$a \cdot (9-5)^2 - 1 = 3 \quad (\text{en likning for } a)$$

$$a \cdot 4^2 - 1 = 3 \quad | + 1$$

$$a \cdot 4^2 = 4 \quad | : 4$$

$$4a = 1 \quad | : 4$$

$$a = \frac{1}{4} = 0,25$$

$$\text{så } \underline{\underline{f(x) = 0,25 \cdot (x-5)^2 - 1}}$$

b) Krysser x-aksen; løser  $f(x) = 0$

$$\text{dvs } 0,25(x-5)^2 - 1 = 0$$

$$0,25 \cdot (x-5)^2 = 1 \quad | \cdot 4$$

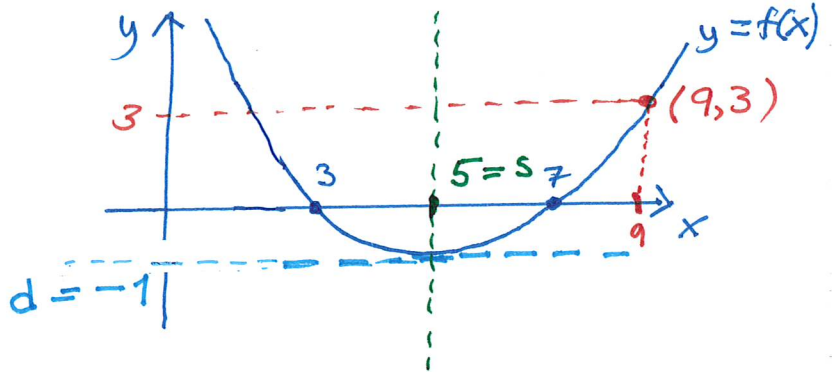
$$(x-5)^2 = 4$$

$$\text{så } x-5 = 2 \quad \text{eller } x-5 = -2$$

$$\text{så } \underline{\underline{x = 7}} \quad \text{eller } \underline{\underline{x = 3}}$$

$$\begin{aligned} \text{krysser } y\text{-aksen: } y &= f(0) = 0,25 \cdot (0-5)^2 - 1 \\ &= 0,25 \cdot 25 - 1 = 6,25 - 1 \\ &= \underline{\underline{5,25}} \end{aligned}$$

$$\text{eller som punkt: } \underline{\underline{(0, 5,25)}}$$



#### 4. Inntekts- og kostnadsfunksjoner

Profitt = Inntekt - Kostnad.

$$P(x) = I(x) - K(x)$$

$x$  = antall produserte enheter  
<sup>antar</sup> = antall solgte enheter

Eks  $I(x) = 15x$ ,  $K(x) = 0,05x^2 - 10x + 525$

Bestem antall enheter  $x$  som gir maks. profitt og beregn denne profitten.

Løsn:  $P(x) = 15x - (0,05x^2 - 10x + 525)$   
 $\therefore$  fullfører kvadratet  
 $= -0,05(x - 250)^2 + 2600$

Maks. profitt ved  $x = 250$  enheter

Maks. profitt =  $P(250) = \underline{\underline{2600}}$

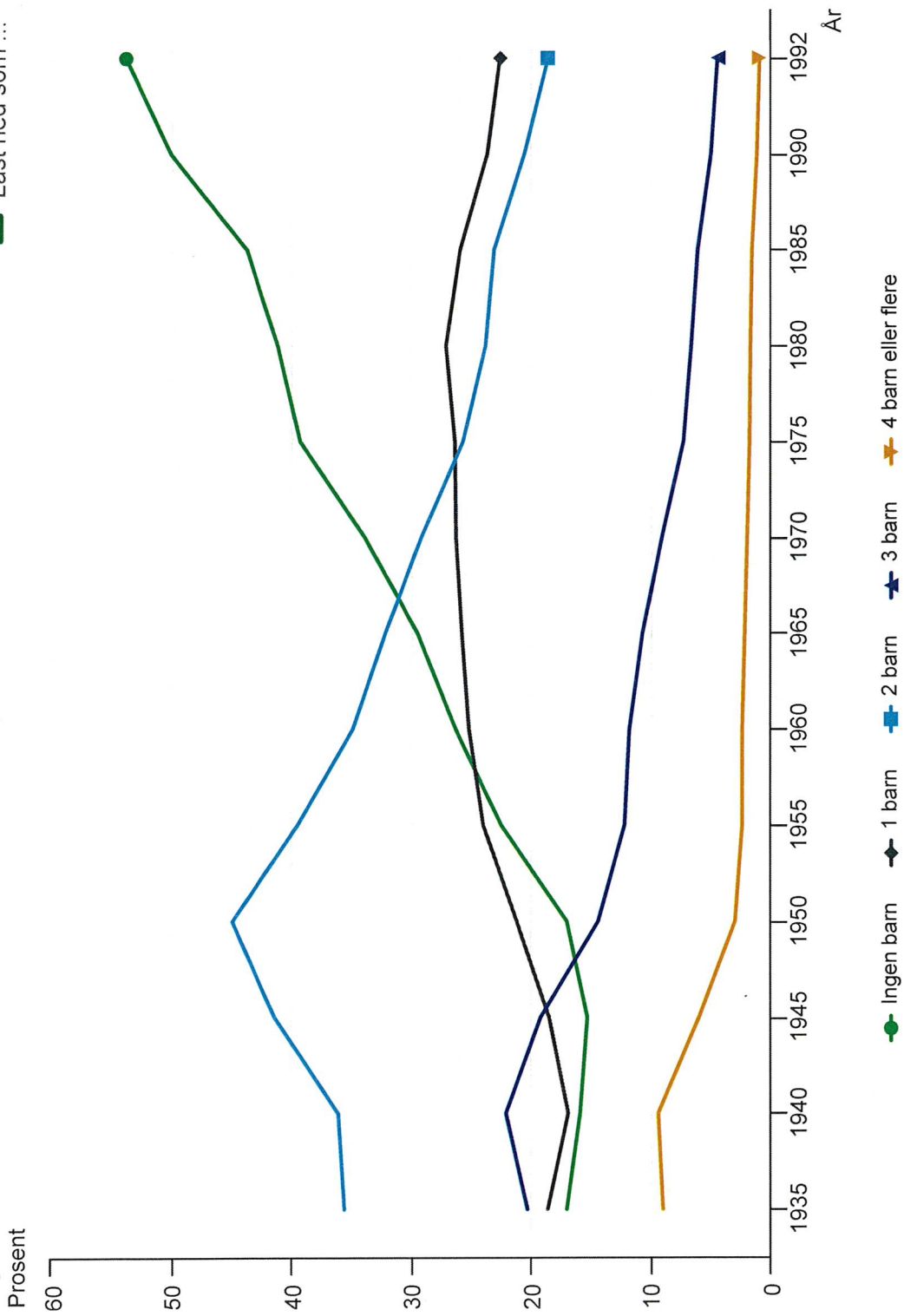
$$a = -0,05$$

$$s = 250$$

$$d = 2600$$

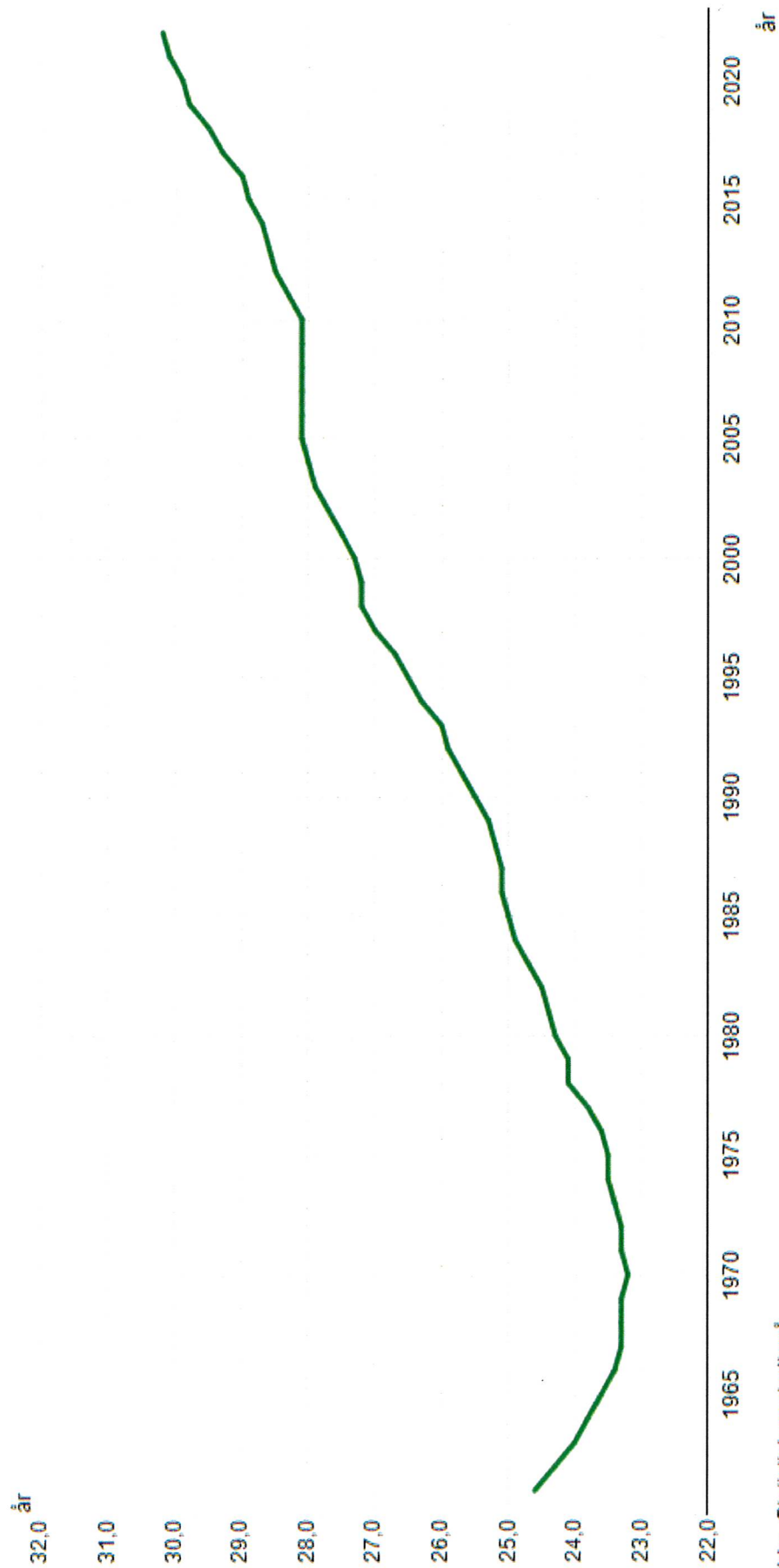
Figur 1. Barnetallfordeling 30-åringer, utvalgte kohorter. Prosent

≡ Last ned som ...





07872: Foreldrenes gjennomsnittlige fødealder ved første barns fødsel, etter år. Mors fødealder første barn.

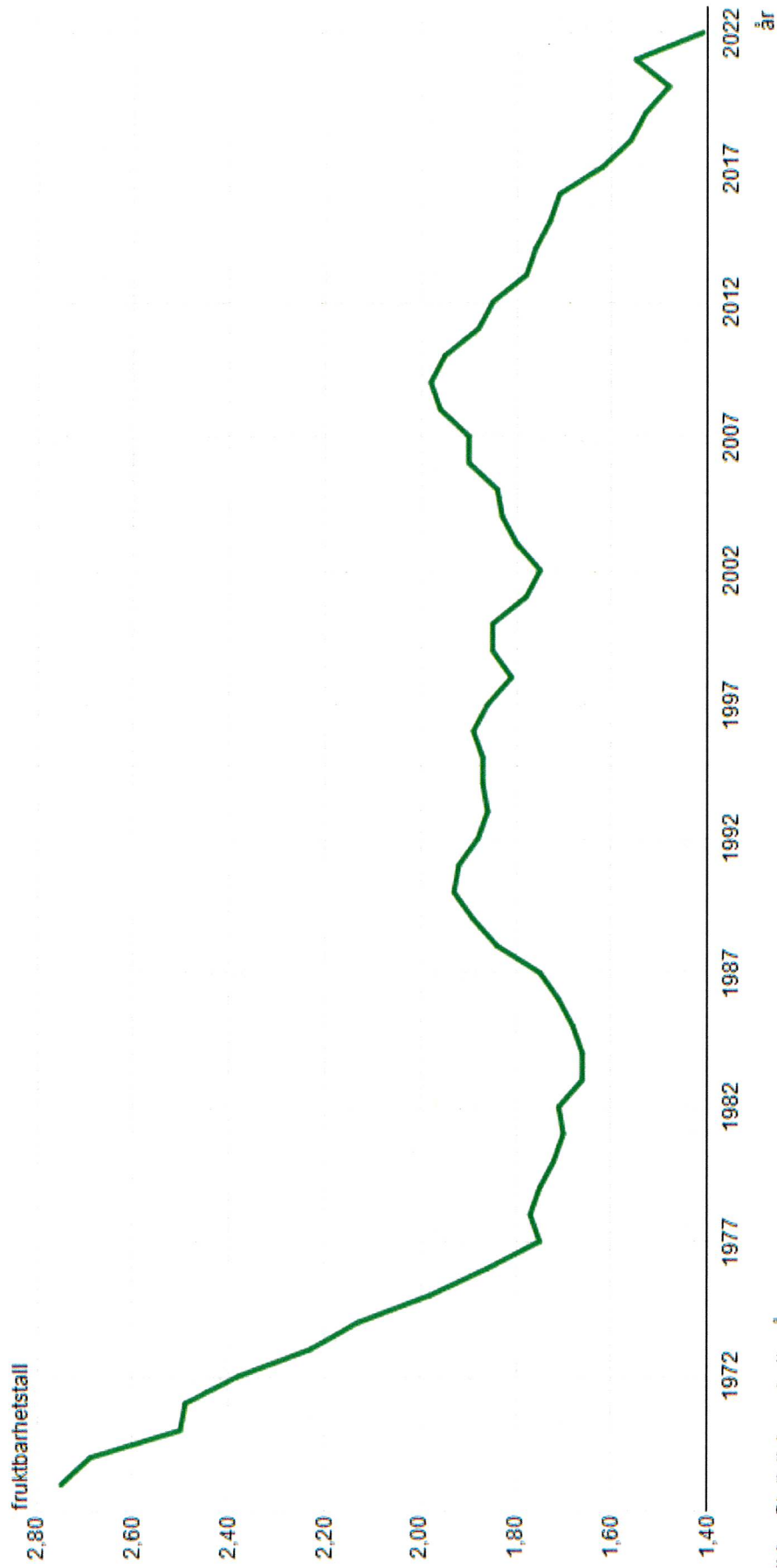


Kilde: Statistisk sentralbyrå

Fotnoter

Tall for 1961-1985 er beregnet ut fra nytt tilgjengelig datagrunnlag fra 2009. Tilsvarende datagrunnlag brukes for beregning av fars gjennomsnittsalder ved første barns fødsel.

04232: Samlet fruktbarhetstall, kvinner, etter år. Samlet fruktbarhetstall, kvinner.



Kilde: Statistisk sentralbyrå

#### Fotnoter

Samlet fruktbarhetstall er summen av 1-årige aldersavhengige fruktbarhetsrater 15-49 år. Antall barn hver kvinne kommer til å føde under forutsetning av at fruktbarhetsmønstret i perioden varer ved og at dødsfall ikke forekommer.