

MET1180 Matematikk for siviløkonomer
Vår 2024
Oppgaver

... if I couldn't formulate a problem in economic theory mathematically, I didn't know what I was doing. I came to the position that mathematical analysis is not one of the many ways of doing economic theory: it is the only way.

R. Lucas

Forelesning 25 – 26

Kap 5.1-4: Ubestemte integraler, substitusjon og delvis integrasjon.

Lærebokoppgaver

[L] 5.1.1-5

[L] 5.2.1-5

[L] 5.3.1-3

[L] 5.4.1-4

Oppgaver for veiledningstimene torsdag 11/1 fra 12 i D1-065/70

Oppgave 1.

Regn ut de ubestemte integralene:

a) $\int x^2 dx$ b) $\int (8x^3 - 12x^2) dx$ c) $\int (e^x - 6x) dx$ d) $\int (x^2/3 - x^3/2) dx$

Oppgave 2.

Finn en funksjon $f(x)$ med angitt definisjonsområde slik at:

a) $f'(x) = 2, D_f = (-\infty, \infty)$ b) $f'(x) = 2x, D_f = (-\infty, \infty)$
c) $f'(x) = 6x^2, D_f = (-\infty, \infty)$ d) $f'(x) = 1/x, D_f = (0, \infty)$
e) $f'(x) = 1/x, D_f = (-\infty, 0)$ f) $f'(x) = 1/x, D_f = \{x : x \neq 0\}$

Oppgave 3.

Finn en funksjon $f(x)$ slik at:

a) $\int f(x) dx = 2 + C$ b) $\int f(x) dx = 2x + C$ c) $\int f(x) dx = 6x^2 + C$
d) $\int f(x) dx = xe^{2x} + C$ e) $\int 2 dx = f(x) + C$ f) $\int 2x dx = f(x) + C$
g) $\int 6x^2 dx = f(x) + C$ h) $\int xe^{2x} dx = f(x) + C$

Oppgave 4.

Regn ut de ubestemte integralene:

- a) $\int x^{-3} dx$ b) $\int \sqrt{x} dx$ c) $\int x\sqrt{x} dx$ d) $\int 1/x dx$
 e) $\int 1/x^2 dx$ f) $\int (x - 2x^3) dx$ g) $\int x(1 - 2x) dx$ h) $\int x \int (1 - 2x) dx$
 i) $\int (x + 1)^2 dx$ j) $\int (x + 1)^7 dx$

Oppgave 5.

Regn ut disse ubestemte integralene:

- a) $\int \frac{1 - 3x^2}{x^2} dx$ b) $\int \frac{x^3 + 2x - 2}{x} dx$ c) $\int \frac{6x}{1 + 3x^2} dx$ d) $\int \frac{\sqrt{x} + 1}{x^2} dx$

Oppgave 6.

Regn ut disse ubestemte integralene:

- a) $\int (1 + e^{2x}) dx$ b) $\int e^{1+2x} dx$ c) $\int e^{1-2x} dx$
 d) $\int 3^x dx$

Oppgave 7.

Regn ut disse ubestemte integralene:

- a) $\int x\sqrt{x^2 + 1} dx$ b) $\int 9(x + 1)^7 dx$ c) $\int xe^{-x^2} dx$ d) $\int \frac{x}{1 + x^2} dx$
 e) $\int \frac{\ln x}{x} dx$

Oppgave 8.

Løs de ubestemte integralene:

- a) $\int \ln(x) dx$ b) $\int \ln(x + 1) dx$ c) $\int \log_3(x) dx$

Oppgave 9.

Regn ut de ubestemte integralene:

- a) $\int x \ln(x) dx$ b) $\int x^2 \ln(x) dx$ c) $\int \sqrt{x} \ln(x) dx$ d) $\int x\sqrt{x} \ln(x) dx$
 e) $\int \frac{\ln(x)}{x^2} dx$ f) $\int \frac{\ln(x)}{\sqrt{x}} dx$ g) $\int \frac{\ln(x)}{x\sqrt{x}} dx$ h) $\int \frac{\ln(x)}{x} dx$

Oppgave 10.

Regn ut de ubestemte integralene:

a) $\int x e^x dx$ b) $\int x e^{-x} dx$ c) $\int (x + 1) e^x dx$ d) $\int x^2 e^x dx$

Oppgave 11.

Regn ut det ubestemte integralet

$$\int \frac{e^{1-\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx$$

Oppgave 12.

Anta at $f(x) \geq 0$ for alle x , og at $F(x)$ er en funksjon slik at $\int f(x) dx = F(x) + C$. Er $F(x)$ en voksende funksjon? Forklar hvorfor/hvorfor ikke.

Fasit

Oppgave 1.

a) $\frac{1}{3}x^3 + C$ b) $2x^4 - 4x^3 + C$ c) $e^x - 3x^2 + C$ d) $\frac{1}{9}x^3 - \frac{1}{8}x^4 + C$

Oppgave 2.

a) $f(x) = 2x$ b) $f(x) = x^2$ c) $f(x) = 2x^3$ d) $f(x) = \ln(x)$
 e) $f(x) = \ln(-x)$ f) $f(x) = \ln|x|$

Oppgave 3.

a) $f(x) = 0$ b) $f(x) = 2$ c) $f(x) = 12x$
 d) $f(x) = (1 + 2x)e^{2x}$ e) $f(x) = 2x$ f) $f(x) = x^2$
 g) $f(x) = 2x^3$ h) $f(x) = \left(\frac{1}{2}x - \frac{1}{4}\right)e^{2x}$

Oppgave 4.

a) $-\frac{1}{2}x^{-2} + C$ b) $\frac{2}{3}x\sqrt{x} + C$ c) $\frac{2}{5}x^2\sqrt{x} + C$ d) $\ln|x| + C$
 e) $-1/x + C$ f) $\frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2}x^4 + C$ g) $\frac{1}{2}x^2 - \frac{2}{3}x^3 + C$ h) $x(x - x^2 + C)$
 i) $\frac{1}{3}(x + 1)^3 + C$ j) $\frac{1}{8}(x + 1)^8 + C$

Oppgave 5.

a) $-1/x - 3x + C$ b) $\frac{1}{3}x^3 + 2x - 2\ln|x| + C$ c) $\ln(1 + 3x^2) + C$
 d) $-2/\sqrt{x} - 1/x + C$

Oppgave 6.

a) $x + \frac{1}{2}e^{2x} + C$

b) $\frac{1}{2}e^{1+2x} + C$

c) $-\frac{1}{2}e^{1-2x} + C$

d) $\frac{1}{\ln 3} \cdot 3^x + C$

Oppgave 7.

a) $\frac{1}{3}(x^2 + 1)^{3/2} + C$

b) $\frac{9}{8}(x + 1)^8 + C$

c) $-\frac{1}{2}e^{-x^2} + C$

d) $\frac{1}{2} \ln(1 + x^2) + C$

e) $\frac{1}{2} \ln(x)^2 + C$

Oppgave 8.

a) $x \ln x - x + C$

b) $(x+1) \ln(x+1) - (x+1) + C$

c) $(x \ln x - x) / \ln(3) + C$

Oppgave 9.

a) $\frac{1}{2}x^2 \ln x - \frac{1}{4}x^2 + C$

b) $\frac{1}{3}x^3 \ln x - \frac{1}{9}x^3 + C$

c) $\frac{2}{3}x\sqrt{x} \ln x - \frac{4}{9}x\sqrt{x} + C$

d) $\frac{2}{5}x^2\sqrt{x} \ln x - \frac{4}{25}x^2\sqrt{x} + C$

e) $-\frac{1}{x} \ln x - \frac{1}{x} + C$

f) $2\sqrt{x} \ln x - 4\sqrt{x} + C$

g) $-\frac{2}{\sqrt{x}} \ln x - \frac{4}{\sqrt{x}} + C$

h) $\frac{1}{2}(\ln x)^2 + C$

Oppgave 10.

a) $xe^x - e^x + C$

b) $-xe^{-x} - e^{-x} + C$

c) $(x + 1)e^x - e^x + C$

d) $x^2e^x - 2xe^x + 2e^x + C$

Oppgave 11.

$-2e^{1-\sqrt{x}} + C$

Oppgave 12.

F er en voksende funksjon.