

MET1180 Matematikk for siviløkonomer
Høst 2023
Oppgaver

... if I couldn't formulate a problem in economic theory mathematically, I didn't know what I was doing.

R. Lucas

Forelesning 6 – 7

Kap 2.1-4: Lineære og kvadratiske likninger. Likninger med parametre. Polynomlikninger.

- [L] 2.1-6
- [L] 2.2.1-7
- [L] 2.3.1-2
- [L] 2.4.1-4

- Flervalgseksamen 2016h oppg 6
- Flervalgseksamen 2017v oppg 6
- Flervalgseksamen 2018v oppg 6
- Flervalgseksamen 2016v oppg 5

Repetisjon:

- Flervalgseksamen 2015h oppg 2 og 4
- Flervalgseksamen 2016v oppg 2
- Flervalgseksamen 2016h oppg 1-4
- Flervalgseksamen 2017v oppg 1-3
- Flervalgseksamen 2017h oppg 1-4
- Flervalgseksamen 2018v oppg 1, 2 og 4

Oppgaver for veiledningstimene
torsdag 14/9 fra kl 10 i D1-065/70

Oppgave 1 Løs de lineære likningene for x .

- a) $3x - 5 = 0$
- b) $ax + b = 0$
- c) $cx + 50 - c = 0$ ($c \neq 0$)
- d) $-4x + 9 = 3 - 0,25x$
- e) $ax + b = cx + d$
- f) $\frac{x}{4} + 11 - k = 3 - \frac{x}{3}$
- g) $22 - 4x + 9 - 2(x + 7) = 14 - 5(x + 2) + x - 23$
- h) $k - bx - d(3 - 5x) + 11 = c$
- i) $\frac{4}{x-2} = \frac{3}{2x+1}$
- j) $\frac{5-x}{x-a} = 7$
- k) $\frac{6}{3x+6} = \frac{14}{2x+4}$
- l) $5 - 7x = 4x + 29 - 11x$
- m) $3(x + 1) = 3x + 3$

Oppgave 2 Løs de kvadratiske likningene for x (du skal ikke bruke abc -formelen).

- a) $x^2 = 0$
- b) $x^2 = 1$
- c) $x^2 = -1$
- d) $(x - 3)^2 = 0$
- e) $(x + 3)^2 = 1$
- f) $(x + 3)^2 = -1$
- g) $x^2 - 6x + 9 = 0$
- h) $x^2 - 6x + 9 = 1$
- i) $x^2 - 6x + 9 = -1$
- j) $(3x - 1)^2 = 0$
- k) $(3x - 1)^2 = 9$
- l) $(3x - 1)^2 = -9$
- m) $9x^2 - 6x + 1 = 0$
- n) $9x^2 - 6x + 1 = 9$
- o) $9x^2 - 6x + 1 = -9$
- p) $(x - 2)(x + 3) = 0$
- q) $(3x + 5)(2x - 1) = 0$
- r) $(x - 2)(x + 3) = -6$
- s) $x^2 - 5x - 2 = 0$
- t) $2x^2 + 4x = 70$
- u) $x(x - 8) = 90 - x^2$

Oppgave 3 Finn den kvadratiske likningen $x^2 + bx + c = 0$ med de oppgitte løsningene.

- a) $x = 1, x = -1$ b) $x = 3, x = -2$ c) $x = -3, x = -8$
 d) $x = 17, x = -3$ e) $x = 3 \pm \sqrt{5}$ f) $x = -11$

Oppgave 4 Løs de kvadratiske likningene for x ved å fullføre kvadratet.

- a) $x^2 - 8x = -12$ b) $x^2 + 10x = -9$ c) $x^2 - 5x - 14 = 0$
 d) $x^2 - 3x = 4$ e) $x^2 - 24x = 25$ f) $x^2 + 5x = 6$

Oppgave 5

- a) Bestem k slik at likningen $x^2 - 10x = k$ har akkurat én løsning.
 b) Bestem k slik at likningen $x^2 - kx = -9$ har akkurat én løsning.
 c) Bestem k slik at likningen $\frac{1}{k}x^2 - 14x = 12$ har akkurat én løsning.

Oppgave 6 Skriv det kvadratiske uttrykket som et produkt av to lineære (grad 1) polynomer.

- a) $x^2 - 8x + 12$ b) $x^2 + 10x + 9$ c) $x^2 - 18x + 81$
 d) $2x^2 - 4x - 70$ e) $3x^2 + 24x - 99$ f) $5x^2 + 60x + 180$

Oppgave 7

- a) Bruk én parameter til å skrive et uttrykk for alle andregradspolynomer på formen $x^2 + bx + c$ som har to nullpunkter med avstand 1 fra hverandre.
 b) Bruk én parameter til å skrive et uttrykk for alle tredjegradspolynomer på formen $x^3 + ax^2 + bx + c$ som har tre nullpunkter hvor det midterste har avstand 5 til hver av de to andre.
 c) Bruk to parametre til å skrive et uttrykk for alle andregradspolynomer som har akkurat ett nullpunkt.

Oppgave 8 Løs likningene for x .

- a) $(2x - \sqrt{3})(x^2 - 20x + 99) = 0$
 b) $(x^2 - 5)(x^2 - 6x + 4) = 0$
 c) $(2x^2 - 28x + 98)(x^2 - 6x + 10)(x^2 - 2x - 6) = 0$
 d) $(x + 1)(x + 2)(x + 3)(x + a)(x^2 + b) = 0$

Oppgave 9 Løs likningene.

- a) $x^4 - 11x^2 + 18 = 0$
 b) $x^6 + 13x^3 + 40 = 0$
 c) $x^{100} - x^{50} - 12 = 0$

Oppgave 10 Løs likningene.

- a) $1 + x + x^2 + x^3 + \dots + x^{98} + x^{99} = 0$
 b) $1 + x + x^2 + x^3 + \dots + x^{49} + x^{50} = 0$
 c) $\frac{x}{1.02} + \frac{x^2}{1.02^2} + \frac{x^3}{1.02^3} + \dots + \frac{x^{29}}{1.02^{29}} + \frac{x^{30}}{1.02^{30}} = 0$

Fasit

Oppgave 1

- a) $x = \frac{5}{3}$ b) $x = -\frac{b}{a}$ c) $x = \frac{c-50}{c} = 1 - \frac{50}{c}$ d) $x = \frac{8}{5}$
- e) $x = \frac{d-b}{a-c}$ hvis $a \neq c$. For $a = c$ og $b \neq d$ er det ingen løsning,
for $a = c$ og $b = d$ er alle tall løsninger.
- f) $x = \frac{12k-96}{7}$ g) $x = 18$
- h) $x = \frac{c+3d-k-11}{5d-b}$ hvis $b \neq 5d$. Hvis $b = 5d$ og $c + 3d \neq k + 11$ er det ingen løsninger,
hvis $b = 5d$ og $c + 3d = k + 11$ er alle tall løsninger.
- i) $x = -2$ j) $x = \frac{7a+5}{8}$ k) ingen løsninger l) ingen løsninger
- m) alle tall er løsninger

Oppgave 2

- a) $x = 0$ b) $x = 1, x = -1$ c) ingen løsninger d) $x = 3$
- e) enten $x + 3 = 1$, dvs $x = -2$,
eller $x + 3 = -1$, dvs $x = -4$ f) ingen løsninger g) $x = 3$
- h) $x = 2, x = 4$ i) ingen løsninger j) $x = \frac{1}{3}$ k) $x = \frac{1}{3} \pm 1$, dvs
 $x = \frac{4}{3}, x = -\frac{2}{3}$
- l) ingen løsninger m) $x = \frac{1}{3}$ n) $x = \frac{4}{3}, x = -\frac{2}{3}$ o) ingen løsninger
- p) $x = 2, x = -3$ q) $x = -\frac{5}{3}, x = \frac{1}{2}$ r) $x = 0, x = -1$ s) $x = \frac{5}{2} \pm \frac{\sqrt{33}}{2}$
- t) $x = -7, x = 5$ u) $x = -5, x = 9$

Oppgave 3

- a) $(x-1)(x-(-1)) = x^2 - 1$ b) $x^2 - x - 6$ c) $x^2 + 11x + 24$
- d) $x^2 - 14x - 51$ e) $x^2 - 6x + 4$ f) $x^2 + 22x + 121$

Oppgave 4

- a) $(x-4)^2 = -12 + 16$ gir
 $x = 2, x = 6$ b) $(x+5)^2 = -9 + 25$ gir
 $x = -9, x = -1$ c) $(x-\frac{5}{2})^2 = 14 + \frac{25}{4}$ gir
 $x = -2, x = 7$
- d) $(x-\frac{3}{2})^2 = 4 + \frac{9}{4}$ gir
 $x = -1, x = 4$ e) $(x-12)^2 = 25 + 12^2$ gir
 $x = -1, x = 25$ f) $(x+\frac{5}{2})^2 = 6 + \frac{25}{4}$ gir
 $x = -6, x = 1$

Oppgave 5

- a) $k = -25$ b) $k = \pm 6$ c) $k = -\frac{12}{49}$

Oppgave 6

- a) $(x-2)(x-6)$ b) $(x+9)(x+1)$ c) $(x-9)^2$
- d) $2(x+5)(x-7)$ e) $3(x+11)(x-3)$ f) $5(x+6)^2$

Oppgave 7

- a) Hvis r er det minste nullpunktet, er polynomet $x^2 - (2r + 1)x + r(r + 1)$.
b) Hvis r er det midterste nullpunktet, er polynomet
 $(x - r)^3 - 25(x - r) = x^3 - 3rx^2 + (3r^2 - 25)x - (r - 5)r(r + 5)$.
c) $a(x - r)^2 = ax^2 - 2arx + ar^2$ ($a \neq 0$).

Oppgave 8

- a) $x = \frac{\sqrt{3}}{2}, x = 9, x = 11$
b) $x = \pm\sqrt{5}, x = 3 \pm \sqrt{5}$
c) $x = 7, x = 1 \pm \sqrt{7}$
d) $x = -1, x = -2, x = -3, x = -a, x = \pm\sqrt{-b}$ for $b \leq 0$

Oppgave 9

- a) $x = \pm\sqrt{2}, x = \pm 3$ (Hint: Substituér $u = x^2$)
b) $x = -2, x = -\sqrt[3]{5}$
c) $x = \pm \sqrt[25]{2}$

Oppgave 10

- a) $x = -1$
b) ingen løsninger
c) $x = 0, x = -1.02$