Kontrollprøve 1 i MET1180[1] - Matematikk for siviløkonomer

9.-16. oktober 2018

Oppgavesettet er på 2 sider. Alle 26 underpunkter vektes likt. Bestått krever minst 60% skår.

Alle svar skal begrunnes.

Denne oppgaven skal leveres digitalt, som én pdf-fil. Skriv gjerne for hånd (nesten alltid best) og skann inn besvarelsen. Sjekk at resultatet er lett å lese, blyantskrift kan gi dårlige filer. For mer informasjon, se:
https://portal.bi.no/eksamen-og-oppgave/digital-eksamen/digital-innlevering/

Oppgave 1

Løs likningene.

(a) $x^{40} - 20x^{20} = 21$
(b) $\sqrt{1-3x} - \sqrt{4-x} = 1$
(c) $\frac{1}{x} + \frac{1}{x+1} = \frac{2}{x+2}$
(d) $\frac{2}{7-\sqrt{x}} + \frac{2}{7+\sqrt{x}} = 1$

Oppgave 2

Finn det kvadratisk uttrykket på formen $2x^2 + bx + c$ som har akkurat de oppgitte røttene.

(a) $x = 5 \pm \sqrt{3}$
(b) $x = -7$

Oppgave 3

(a) Bruk én parameter til å skrive opp alle andregradspolynomer på formen $2x^2 + bx + c$ som har to nullpunkter med avstand 3 fra hverandre.
(b) Bruk én parameter til å skrive opp alle tredjegradspolynomer på formen $x^3 + ax^2 + bx + c$ som har tre nullpunkter hvor det midterste har avstand 1 til det minste og 2 til det største.

Oppgave 4

Skriv polynomet som et produkt av førstegradspolynomer.

(a) $(3x^2 - 3x - 396)(2x^2 - 10)$ (b) $x^4 - 10x^3 - 63x^2 + 340x - 364$

Oppgave 5

Løs ulikhetene.

(a) $\frac{3-x}{2x+5} \leqslant 0$ (b) $(x+8)(1-x) > 8$ (c) $\frac{-x(x+3)}{(x-2)(x+7)} \leqslant -1$

Oppgave 6

Anta a er en parameter (et vilkårlig tall).

(a) Løs ulikheten $\frac{x-2a}{x+a} > 0$.
(b) Bestem de verdiene av a som gjør at ulikheten $\frac{1}{x^2+a^2} > 1$ har løsninger.

Oppgave 7

(a) Finn nåverdien til en utbetaling på 30 millioner kroner om 6 år når den årlige renten er 12%.
(b) Anta 30 millioner kroner utbetales etter 5 år. La r være renten som gir samme nåverdi som i (a). Beregn r.
(c) Forklar hvorfor svaret i (b) kan skrives som $r = 1{,}12^{\frac{6}{5}} - 1$.

[1] Eksamenskoder MET11801 og MET11804

Oppgave 8

Et farmasøytisk selskap ønsker å teste ut en ny medisin og deretter selge patentet. Testingen foregår over 5 år og koster 30 millioner de to første årene og 25 millioner de tre siste. Vi antar at de årlige kostnadene betales forskuddsvis hvert år. Patentet selges deretter umiddelbart.

(a) Anta diskonteringsrenten settes til 15%. Hva må patentet koste for at denne diskonteringsrenten også blir internrenten for kontantstrømmen?

(b) Patentet selges for 230 millioner. Finn internrenten til kontantstrømmen. [Hint: Her kan du prøve deg frem med forskjellige verdier.]

Oppgave 9

Anta at et fast beløp $A = 400\,000$ (annuiteten) betales hvert år i n år med første betaling om 10 år. Anta den nominelle renten er r med kontinuerlig forrentning.

(a) Finn den geometriske rekken som uttrykker nåverdien til denne kontantstrømmen hvis $n = 20$ og $r = 4{,}5\%$. Bruk denne rekken til å beregne nåverdien.

(b) Anta annuiteten betales for alltid. Finn den uendelige geometriske rekken som uttrykker nåverdien til denne kontantstrømmen hvis $r = 4{,}5\%$. Bruk denne rekken til å beregne nåverdien.

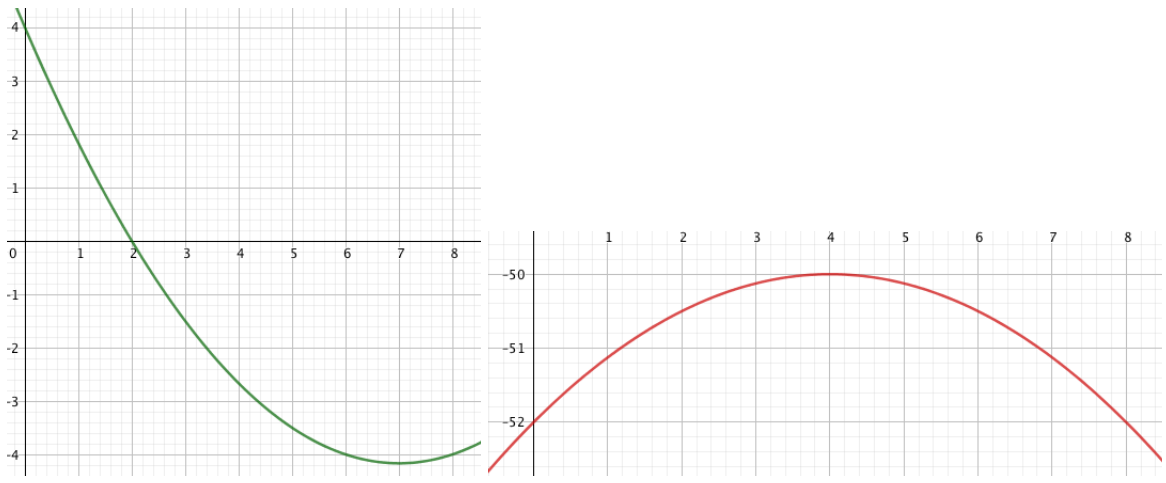
(c) Anta annuiteten betales for alltid med første utbetaling om ett år. Finn renten r slik at nåverdien (K_0) blir 10 millioner kroner. [Hint: Her kan du prøve deg frem med forskjellige verdier.]

(d) Forklar hvorfor r i (c) tilfredsstiller likningen

$$e^r = \frac{K_0 + A}{K_0} = \frac{10\,000\,000 + 400\,000}{10\,000\,000} = 1{,}04$$

Oppgave 10

(a)-(b) Finn uttrykket til andregradsfunksjonene $f(x)$ i a og b, se figur 1.



Figur 1: Parabler a og b