Flervalgseksamen 1 i MET1180[1] - Matematikk for siviløkonomer

10. mai 2022

LØSNINGSFORSLAG

Oppgave	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Rett svar	D	C	C	A	A	D	B	C	C	A	D	C	D	C	C

Oppgave 1

Vi fullfører kvadratet og får $x^2 + 2x + 2 = (x+1)^2 + 1 \geqslant 1$ så likningen $x^2 + 2x + 2 = 0$ har ingen løsninger.

Rett svar er D.

Oppgave 2

Med $f(x) = xe^x$ bruker vi produktregelen og får $f'(x) = e^x + xe^x = (x+1)e^x$. Likningen $f'(x) = 0$ har løsningen $x = -1$.

Rett svar er C.

Oppgave 3

Renteformelen gir $S = 500\,000 \cdot e^{8r}$. Vi får $500\,000 \cdot e^{8 \cdot 1{,}9} = 582\,080$.

Rett svar er C.

Oppgave 4

Fordi $f(x)$ er kontinuerlig og definert på det lukkede intervallet $D_f = [0\,,4]$ finnes både globale maksimumspunkter og minimumspunkter for funksjonen. De er enten i endepunkter eller stasjonære punkter i D_f. Vi har $f'(x) = -3x^2 + 12x - 9 = -3(x^2 - 4x + 3) = -3(x-1)(x-3)$ så de stasjonære punktene er $x = 1$ og $x = 3$ som begge ligger i D_f. Vi beregner $f(0) = 10$, $f(1) = 6$, $f(3) = 10$ og $f(4) = 6$.

Rett svar er A.

Oppgave 5

Summen av nåverdiene til de $25 \cdot 12 = 300$ betalingene er

$$\frac{9\,000}{1{,}002^{36}} + \frac{9\,000}{1{,}002^{37}} + \cdots + \frac{9\,000}{1{,}002^{335}} = \frac{9\,000}{1{,}002^{335}} \cdot \frac{1{,}002^{300} - 1}{0{,}002}$$

der vi bruker formelen for summen av en geometrisk rekke med $a_1 = \frac{9\,000}{1{,}002^{335}}$, $k = 1{,}002$ og $n = 300$.

Rett svar er A.

[1] Eksamenskode MET11805

Oppgave 6

Vi leser av $f(1) \approx 1{,}6$ og $f(3) \approx 0{,}95$. Videre gir $f'(x)$ stigningstallene til tangentene til grafen til $f(x)$. Vi ser at $f'(2) < 0$ mens $f'(4) > 0$. Fordi grafen ser ut til å være konkav for x i intervallet $[4\,,5]$ er $f''(x) < 0$ dvs $f'(x)$ avtagende i dette intervallet. Dermed er påstandene i (A)-(C) riktige.

Rett svar er D.

Oppgave 7

For å løse ulikheten $\frac{x+5}{x-3} < x$ trekker vi fra x på begge sider og lager en felles nevner for brøkene:

$$\frac{x+5}{x-3} - x < 0 \qquad \text{dvs} \qquad \frac{x+5-x(x-3)}{x-3} < 0 \qquad \text{dvs} \qquad \frac{-x^2+4x+5}{x-3} < 0$$

Vi har $-x^2+4x+5 = -(x^2-4x-5) = -(x+1)(x-5)$ som gir ulikheten på ferdig faktorisert form:

$$\frac{-(x+1)(x-5)}{x-3} < 0 \qquad \text{dvs} \qquad \frac{(x+1)(x-5)}{x-3} > 0$$

Med fortegnsskjema får vi løsningene $-1 < x < 3$ eller $x > 5$.

Rett svar er B.

Oppgave 8

Vi har $D'(p) = -5$ slik at

$$\varepsilon(p) = \frac{D'(p)\cdot p}{D(p)} = \frac{-5p}{180-5p} = \frac{p}{p-36}$$

Etterspørselen er uelastisk hvis $\varepsilon(p) > -1$ dvs $\frac{p}{p-36} > -1$. For å løse ulikheten legger vi til 1 på begge sider og finner felles nevner for brøkene:

$$\frac{p}{p-36} + 1 > 0 \qquad \text{dvs} \qquad \frac{2p-36}{p-36} > 0$$

Fordi $0 < p < 36$ er nevneren negativ. Brøken er derfor positiv akkurat for de p slik at $2p-36 < 0$, dvs $p < 18$.

Rett svar er C.

Oppgave 9

I standardformen $f(x) = a(x-s)^2 + d$ er $s = 11$ og $d = 30$, dvs $f(x) = a(x-11)^2 + 30$. Av grafen ser vi også at $f(16) = 25$, dvs $a(16-11)^2 + 30 = 25$ dvs $a = -0{,}2$ og $f(x) = -0{,}2(x-11)^2 + 30$. Da er $f'(x) = -0{,}4(x-11)$ og $f'(21) = -0{,}4(21-11) = -4$.

Rett svar er C.

Oppgave 10

I standardformen $f(x) = c + \frac{a}{x-b}$ er $b = 20$ og $c = 50$, dvs $f(x) = 50 + \frac{a}{x-20}$. Da gir $f(30) = 49$ likningen $50 + \frac{a}{30-20} = 49$ dvs $a = -10$ og $f(x) = 50 - \frac{10}{x-20}$. Deriverer $f(x)$ og får $f'(x) = \frac{10}{(x-20)^2}$ som vil være større enn 0 for alle $x \neq 20$.

Rett svar er A.

Oppgave 11

Vi prøver oss frem til vi finner en linje gjennom origo som tangerer grafen til $K(x)$. Da er x-verdien til tangeringsspunktet kostnadsoptimum (den produksjonsmengden som gir lavest enhetskostnad). Det ser ut til å være omtrent $x = 60$.

Rett svar er D.

Oppgave 12

Vi har alltid at $D_g = V_f$, verdimengden til $f(x)$. Vi har $f'(x) = -\frac{1}{x}$ som er negativ i definisjonsområdet D_f. Altså er $f(x)$ en (strengt) avtagende funksjon. Fordi $f(e^5) = 0$ mens $f(x) \longrightarrow \infty$ når $x \longrightarrow 0^+$ får vi $D_g = V_f = [0\,,\ \rightarrow\rangle$.

Rett svar er C.

Oppgave 13

$f(x)$ er konkav i de intervallene der $f''(x) \leqslant 0$, dvs der $e^x \leqslant 2$ dvs for $x \leqslant \ln(2)$. $f(x)$ er konveks i de intervallene der $f''(x) \geqslant 0$, dvs der $e^x \geqslant 2$ dvs for $x \geqslant \ln(2)$.

Rett svar er D.

Oppgave 14

Vi deriverer $f(x)$ tre ganger for å finne $P_3(x)$: $f'(x) = x^{-1}$, $f''(x) = -x^{-2}$ og $f'''(x) = 2x^{-3}$. Det gir $f(1) = 0$, $f'(1) = 1$, $f''(1) = -1$ og $f'''(1) = 2$. Da er $P_3(x) = (x-1) - \frac{(x-1)^2}{2} + \frac{(x-1)^3}{3}$. Spesielt er $P_3(2) = \frac{5}{6} \approx 0{,}83$.

Rett svar er C.

Oppgave 15

Vi deriverer begge sider av likningen (implisitt) med hensyn på x og får $\frac{10yy'}{y^2+1} = 1$. Løser for y' og får

$$y' = \frac{y^2+1}{10y}$$

Hvis $y = 1$ får vi $x = 5\ln(1^2+1) + 10 = 5\ln(2) + 10$ og $y' = \frac{1^2+1}{10\cdot 1} = 0{,}2$.

Rett svar er C.