

Skoleeksamen (3t) MET11805 - Matematikk for siviløkonomer

5. mai 2023

Oppgavesettet er på 2 sider. Alle 12 oppgaver vektes likt. Alle svar skal begrunnes.

Karakterer: A – F som teller 20% til endelig karakter i kurset.

Tillatte hjelpemidler: BI-definert eksamenskalkulator og linjal.

Oppgave 1

Faktoriser polynomet $f(x) = x^4 - 7x^2 + 6x$ i faktorer av minst mulig grad.

Oppgave 2

En hyperbelfunksjon $f(x)$ har horisontal asymptote $y = 100$ og vertikal asymptote $x = 30$.

Dessuten er $f(40) = 99$.

- Bestem uttrykket til $f(x)$.
- Tegn en skisse av grafen til $f(x)$ med asymptoter.

Oppgave 3

Beregn uttrykket til den deriverte funksjonen $f'(x)$ hvis

- $f(x) = x\sqrt{x}$
- $f(x) = \frac{3x-4}{x-1}$
- $f(x) = (2x+3)^{50} + 11$

Oppgave 4

Du skal få utbetalt 2 millioner hvert år i n år med første utbetaling 5 år fra nå. Anta renten er på 6% med årlig forrentning.

- Skriv opp den geometriske rekken som gir nåverdien av kontantstrømmen.
- Bruk den geometrisk rekken til å beregne nåverdien av kontantstrømmen for $n = 20$.
- Bruk den geometrisk rekken til å beregne nåverdien av kontantstrømmen hvis den fortsetter i all fremtid.

Oppgave 5

- Løs likningen $\sqrt{10-x^2} = x-2$.
- Løs ulikheten $\ln(x+2) - \ln(x) \leq 0,1$.

Oppgave 6

Vi har kostnadsfunksjonen $K(x) = K_0 \cdot e^{0,05x}$ med $x \geq 0$ hvor K_0 er et ubestemt positivt tall.

- Bestem grensekostnadsfunksjonen.
- Beregn kostnadsoptimum og optimal enhetskostnad.

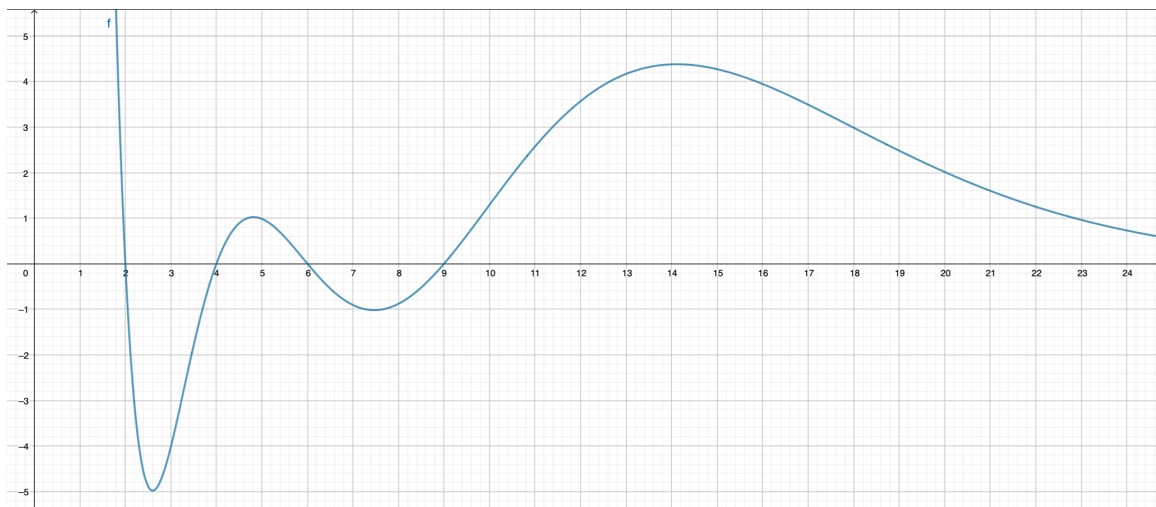
Oppgave 7

Vi har funksjonen $f(x) = 8x^2 - 25 \cdot \ln(x)$.

- Bestem hvor $f(x)$ er voksende og hvor den er avtagende.
- Bestem hvor $f(x)$ er konkav og hvor den er konveks.

Oppgave 8

I figur 1 ser du grafen til funksjonen $f(x)$.



Figur 1: Grafen til $f(x)$

Avgjør om utsagnet er rett eller galt. Gi en kort begrunnelse.

- i) $f(x)$ har tre stasjonære punkter i intervallet $[3, 10]$.
- ii) $f(x)$ har tre vendepunkter i intervallet $(4, 24]$.
- iii) $f'(x)$ er avtagende i intervallet $[12, 24]$.

Oppgave 9

La p være prisen for en vare og anta $D(p) = 30p^{-0,8}$ med $p > 0$ er etterspørselsfunksjonen. Anta $\varepsilon(p)$ er etterspørselsfunksjonens momentane priselastisitet.

- i) Beregn $\varepsilon(p)$.
- ii) Avgjør om inntekten går opp eller ned hvis prisen øker litt fra $p = 20$.

Oppgave 10

Vi har funksjonen $f(x) = e^{-0,02x} + 100$ med definisjonsmengde $D_f = [0, \infty)$. La $g(x)$ være den omvendte funksjonen til $f(x)$.

- i) Bestem uttrykket til $g(x)$.
- ii) Bestem definisjonsmengde D_g og verdimengde V_g til $g(x)$.

Oppgave 11

- i) En bankkonto har nominell rente på 7,2% og kontinuerlig kapitalisering. Bestem den effektive renten.
- ii) Anta A og B er to ubestemte positive tall. En investering på A millioner skal gi en utbetaling på B millioner om 5 år. Bestem internrenten til kontantstrømmen.

Oppgave 12

Vi har en kurve implisitt gitt av likningen $x^3 - 4xy + y^2 = -2$.

- i) Finn y' som et uttrykk i y og x .
- ii) Bestem uttrykket for tangenten til kurven i punktet $(1, 3)$.