

MET 11806

Matematikk for siviløkonomer

Institutt for Samfunnsøkonomi

Utlevering: 18.10.2019 Kl. 09.00

Innlevering: 25.10.2019 Kl. 12.00

Vekt: Bestått / Ikke bestått

Antall sider i oppgaven: 3 inkl. forsiden

Antall vedleggsfiler til oppgaven: 0

Oppgaven besvares: Individuelt

Lengde på besvarelse: Ingen begrensning. ekskl. vedlegg

Maks. ant. vedleggsfiler til besvarelsen: 0

Tillatte filtyper for besvarelse: pdf

Kontinuasjonstype Ordinær

Oppgavesettet er på to sider. Alle underpunkter vektet likt. Bestått krever minst 60% score. **Alle svar skal begrunnes. Det blir lagt vekt på at framgangsmåte og resultat presenteres klart, presist og kortfattet når besvarelsen evalueres.**

Denne oppgaven skal leveres digitalt, som én pdf-fil. Skriv gjerne for hånd (nesten alltid best) og skann inn besvarelsen. Sjekk at resultatet er lett å lese, blyantskrift kan gi dårlige filer. For mer informasjon, se <https://portal.bi.no/eksamen-og-oppgave/digital-eksamen/digital-innlevering/>.

Oppgave 1.

Regn ut de ubestemte integralene:

$$\text{a) } \int 14x^2\sqrt{x} \, dx \quad \text{b) } \int \frac{2}{x\sqrt{x}} \, dx \quad \text{c) } \int 4x(4-x^2) \, dx \quad \text{d) } \int 16(1+2x)^3 \, dx$$

Oppgave 2.

Bruk Gauss-eliminering til å løse de lineære systemene. Vis elementære radoperasjoner, marker pivotposisjonene i trappeformen, og angi antall løsninger.

$$\begin{array}{l} \text{a) } \begin{array}{rcl} x + 2y - z & = & 3 \\ 4x + 6y - z & = & 20 \\ x + 4y - 2z & = & 3 \end{array} \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{b) } \begin{array}{rcl} x + 2y + 4z & = & 11 \\ 2x + 4y + 4z & = & 18 \\ 3x + 6y + 8z & = & 29 \end{array} \end{array}$$

Oppgave 3.

Regn ut følgende uttrykk når matrisene A og B er gitt ved

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{a) } A^2 \quad \text{b) } A^{-1} \quad \text{c) } AB + BA$$

Oppgave 4.

Regn ut de ubestemte integralene:

$$\text{a) } \int \frac{e^{-x}}{1+e^{-x}} \, dx \quad \text{b) } \int \frac{6+3x}{4-9x^2} \, dx \quad \text{c) } \int \frac{3 \ln x}{x^2} \, dx \quad \text{d) } \int 3e^{-\sqrt{x}} \, dx$$

Oppgave 5.

Regn ut determinanten $|A|$, og avgjør når $|A| = 0$:

$$\text{a) } A = \begin{pmatrix} 6a & 2 \\ 1 & 3a \end{pmatrix} \quad \text{b) } A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & s \\ 3 & s & 9 \\ 2 & 1 & s \end{pmatrix} \quad \text{c) } A = \begin{pmatrix} t & 2 & 5 \\ 2 & t & 5 \\ 2 & 5 & t \end{pmatrix}$$

Oppgave 6.

Vi ser på funksjonen $f(x) = \frac{x^3 - x - 6}{x^2 - 1}$, $x > 1$.

- Vis at f har en skrå asymptote L , og finn likningen til L .
- Avgjør om f er en voksende funksjon.
- Finn alle nullpunktene til f .
- Avgjør når f er konveks, og når f er konkav.
- Vi lar R være området i første kvadrant avgrenset av grafen til f , asymptoten L , og linjen $x = 2$. Tegn figur, og regn ut arealet til R .

Oppgave 7.

Avgjør hvor mange løsninger det lineære systemet har for ulike verdier av parameteren a , og finn alle løsninger i eventuelle tilfeller der systemet har uendelig mange løsninger:

$$\begin{aligned} 2x + ay - z &= a + 1 \\ -x + 2y + az &= a + 1 \\ ax - y + 2z &= a + 1 \end{aligned}$$

Oppgave 8.

Vi kjøper en eiendom for 150 millioner kroner. Vi antar at verdien $V(t)$ av eiendommen (i millioner kroner) er gitt ved

$$V(t) = 150 e^{\sqrt{t}/4}$$

etter t år. Dersom vi velger å leie ut eiendommen, regner vi med å motta en netto inntektstrøm $I(t)$ for utleie av eiendommen (i millioner kroner per år). Vi regner dette som en kontinuerlig inntektstrøm, og antar at den er gitt ved

$$I(t) = I_0 e^{0.06t}$$

etter t år. Vi bruker kontinuerlig diskontering når vi regner nåverdi, med diskonteringsrente $r = 10\%$.

- Finn nåverdien til inntektstrømmen vi mottar om vi leier ut eiendommen i all framtid. Hvor stor må I_0 være for at denne nåverdien skal være 150 millioner kroner?
- Vi vurderer å selge eiendommen etter å ha leiet den ut i en periode. Ved hvilket tidspunkt T er nåverdien av salgssummen størst mulig? Dersom $I_0 = 5$, og vi velger å leie ut eiendommen fram til tidspunkt T , og deretter selger eiendommen, hva blir samlet nåverdi av kontantstrømmene vi får fra leie og salg?