

MET 11806

Matematikk for siviløkonomer

Institutt for Samfunnsøkonomi

Utlevering: 13.03.2020 Kl. 09.00

Innlevering: 20.03.2020 Kl. 12.00

Vekt: Bestått / Ikke bestått

Antall sider i oppgaven: 3 inkl. forsiden

Antall vedleggsfiler til oppgaven: 0

Oppgaven besvares: Individuelt

Lengde på besvarelse: Ingen begrensning. ekskl. vedlegg

Maks. ant. vedleggsfiler til besvarelsen: 0

Tillatte filtyper for besvarelse: pdf

Oppgavesettet er på to sider. Alle 24 underpunkter vektet likt, og det kreves minst 60% score for å bestå. **Alle svar skal begrunnes. Det blir lagt vekt på at framgangsmåte og resultat presenteres klart, presist og kortfattet når besvarelsen evalueres.**

Denne oppgaven skal leveres som én fil i PDF format. Skriv gjerne for hånd og skann inn besvarelsen (penn gir ofte bedre lesbarhet enn blyant). Sjekk at resultatet er lett å lese. For mer informasjon, se <https://portal.bi.no/eksamen-og-oppgave/digital-eksamen/digital-innlevering/>.

Oppgave 1.

Regn ut de ubestemte integralene:

$$\text{a) } \int \frac{1}{\sqrt{x}} dx \quad \text{b) } \int \frac{1-x}{x^2} dx \quad \text{c) } \int \frac{x^2}{1-x} dx \quad \text{d) } \int 16(3-x)^7 dx$$

Oppgave 2.

Bruk Gauss-eliminering til å løse de lineære systemene. Vis elementære radoperasjoner, marker pivotposisjonene i trappeformen, og angi antall løsninger.

$$\begin{array}{l} \text{a) } \begin{array}{rcl} x & - & 2y & + & 3z & = & 6 \\ 2x & & & - & z & = & 1 \\ -x & - & 2y & + & 6z & = & 7 \end{array} \\ \text{b) } \begin{array}{rcl} x & + & 2y & + & 4z & = & 5 \\ -3x & + & y & + & 5z & = & -5 \\ 5x & + & 3y & + & 3z & = & 15 \end{array} \end{array}$$

Oppgave 3.

Vi ser på funksjonen gitt ved

$$f(x) = \frac{\sqrt{x} + 1}{x + 3}$$

- a) Regn ut $f'(x)$, og avgjør når f er voksende og avtagende.
- b) Finn maksimums- og minimumsverdiene for f , dersom de eksisterer.

Oppgave 4.

Vi ser på matrisene A , E_1 , E_2 og E_3 gitt ved

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & -1 \\ -3 & 1 & 4 \end{pmatrix}, \quad E_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad E_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad E_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & -4 & 1 \end{pmatrix}$$

Regn ut følgende uttrykk:

$$\text{a) } A^{-1} \quad \text{b) } A^T \cdot A \quad \text{c) } E_3 \cdot E_2 \cdot E_1 \cdot A$$

Oppgave 5.

Regn ut integralene:

$$\text{a) } \int_{-1}^1 |x| dx \quad \text{b) } \int_1^{\infty} \frac{1}{x^3} dx \quad \text{c) } \int_{-\infty}^{\infty} x e^{-x^2/2} dx$$

Oppgave 6.

Et lineært system $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ har koeffisientmatrise A gitt nedenfor. Regn ut determinanten $|A|$, og avgjør når det lineære systemet har eksakt én løsning:

$$\text{a) } A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & a \\ 2 & a & 4 \\ 1 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

$$\text{b) } A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a \\ a & 1 & a \end{pmatrix}$$

$$\text{c) } A = \begin{pmatrix} t & 1 & t \\ 1 & t & -1 \\ t & -1 & t \end{pmatrix}$$

Oppgave 7.

Regn ut de ubestemte integralene:

$$\text{a) } \int 5x\sqrt{x} \ln(x) dx$$

$$\text{b) } \int \frac{x}{e^x} dx$$

$$\text{c) } \int \frac{2x+2}{4-x^2} dx$$

$$\text{d) } \int \frac{\sqrt{x}}{1-\sqrt{x}} dx$$

Oppgave 8.

Vi betrakter det lineære likningssystemet $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ når matrisen A og vektorene \mathbf{x} og \mathbf{b} er gitt ved

$$A = \begin{pmatrix} t & 1 & 1 \\ 2 & 1 & t \\ 4 & t & 2 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{x} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ t \\ 4 \end{pmatrix}$$

Avgjør hvor mange løsninger det lineære systemet har for ulike verdier av parameteren t , og finn alle løsninger i tilfellene der systemet er konsistent. Bruk Kramers regel når systemet har en entydig løsning.

Oppgave 9.

Vi betrakter vektorene $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3, \mathbf{v}_4$ og matrisen A med disse fire vektorene som kolonner:

$$\mathbf{v}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{v}_2 = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{v}_3 = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{v}_4 = \begin{pmatrix} 1 \\ 12 \\ 5 \\ 16 \end{pmatrix}, \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & 0 & 12 \\ 1 & 2 & 4 & 5 \\ 3 & 1 & 3 & 16 \end{pmatrix}$$

a) Avgjør om noen av vektorene kan skrives som en lineærkombinasjon av de andre vektorene. Skriv i så fall ned et slikt uttrykk.

b) Regn ut $\det(A^T A)$.