EKSAMENSOPPGAVE - Fagoppgave

MET 11806
Matematikk for siviløkonomer

Institutt for Samfunnsøkonomi

Utlevering:	19.10.2020	Kl. 09.00
Innlevering:	26.10.2020	Kl. 12.00

Vekt:	Bestått / Ikke bestått
Antall sider i oppgaven:	3 inkl. forsiden
Antall vedleggsfiler til oppgaven:	0
Oppgaven besvares:	Individuelt

Lengde på besvarelse:	Ingen begrensning. ekskl. vedlegg
Maks. ant. vedleggsfiler til besvarelsen:	0
Tillatte filtyper for besvarelse:	pdf
Kontinuasjonstype	Ordinær

Fagoppgave	MET 11806 Matematikk for siviløkonomer
Innleveringsfrist	26. oktober 2020 kl 1200

Oppgavesettet er på to sider. Alle 24 underpunkter vektes likt, og det kreves minst 60% score for å bestå. **Alle svar skal begrunnes. Det blir lagt vekt på at framgangsmåte og resultat presenteres klart, presist og kortfattet når besvarelsen evalueres.**

Denne oppgaven skal leveres som én fil i PDF format. Skriv gjerne for hånd og skann inn besvarelsen (penn gir ofte bedre lesbarhet enn blyant). Sjekk at resultatet er lett å lese. For mer informasjon, se `https://portal.bi.no/eksamen-og-oppgave/digital-eksamen/digital-innlevering/`.

Oppgave 1.
Regn ut de ubestemte integralene:

a) $\displaystyle\int \frac{1}{x\sqrt{x}}\,\mathrm{d}x$ b) $\displaystyle\int \frac{6-2x}{x^3}\,\mathrm{d}x$ c) $\displaystyle\int \frac{x^2}{1+x}\,\mathrm{d}x$ d) $\displaystyle\int 16(4+2x)^7\,\mathrm{d}x$

Oppgave 2.
Bruk Gauss-eliminasjon til å løse de lineære systemene. Vis elementære radoperasjoner, marker pivotposisjonene i trappeformen, og angi antall løsninger.

$$a)\quad \begin{array}{rcrcrcr} x & - & 2y & + & 3z & = & 6 \\ 2x & & & - & z & = & 1 \\ x & - & 2y & + & 5z & = & 8 \end{array} \qquad\qquad b)\quad \begin{array}{rcrcrcr} 3x & + & 6y & + & 12z & = & 15 \\ -3x & + & y & + & 5z & = & -5 \\ 5x & + & 3y & + & 3z & = & 15 \end{array}$$

Oppgave 3.
Vi ser på funksjonen gitt ved

$$f(x) = \frac{1-\sqrt{x}}{x+3}$$

a) Regn ut $f'(x)$, og avgjør når f er voksende og avtagende.

b) Finn maksimums- og minimumsverdiene for f, dersom de eksisterer.

Oppgave 4.
Vi ser på matrisene A, E_1, E_2 og E_3 gitt ved

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 10 & 8 \\ -3 & 2 & 4 \end{pmatrix}, \quad E_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad E_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad E_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

Regn ut følgende uttrykk:

a) A^{-1} b) $A^T \cdot A$ c) $E_3 \cdot E_2 \cdot E_1 \cdot A$

Oppgave 5.
Regn ut integralene:

a) $\displaystyle\int_0^1 x|x|\,\mathrm{d}x$ b) $\displaystyle\int_0^1 \frac{1}{x^2}\,\mathrm{d}x$ c) $\displaystyle\int_0^\infty x\,e^{-x^2}\,\mathrm{d}x$

Oppgave 6.
Et lineært system $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ har koeffisientmatrise A gitt nedenfor. Regn ut determinanten $|A|$, og avgjør når det lineære systemet har eksakt én løsning:

a) $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & s \\ 2 & s & 4 \\ 1 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ b) $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & t & t \\ t & 1 & t \end{pmatrix}$ c) $A = \begin{pmatrix} t & 1 & t \\ 1 & t & -1 \\ t & -1 & t \end{pmatrix}$

Oppgave 7.
Regn ut de ubestemte integralene:

a) $\displaystyle\int 5x\sqrt{x}\,\ln(x)\,\mathrm{d}x$ b) $\displaystyle\int \frac{x}{e^x}\,\mathrm{d}x$ c) $\displaystyle\int \frac{2x+2}{4-x^2}\,\mathrm{d}x$ d) $\displaystyle\int \frac{\sqrt{x}}{1-\sqrt{x}}\,\mathrm{d}x$

Oppgave 8.
Vi betrakter det lineære likningssystemet $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ når matrisen A og vektorene $\mathbf{x}$ og $\mathbf{b}$ er gitt ved

$$A = \begin{pmatrix} t & 1 & 1 \\ 2 & 1 & t \\ 4 & t & 2 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{x} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ t \\ 4 \end{pmatrix}$$

Avgjør hvor mange løsninger det lineære systemet har for ulike verdier av parameteren t, og finn alle løsninger i tilfellene der systemet er konsistent. Bruk Kramers regel når systemet har en entydig løsning.

Oppgave 9.
Vi betrakter vektorene $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3, \mathbf{v}_4$ og matrisen A med disse fire vektorene som kolonner:

$$\mathbf{v}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{v}_2 = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{v}_3 = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{v}_4 = \begin{pmatrix} 1 \\ 12 \\ 5 \\ 16 \end{pmatrix}, \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & 0 & 12 \\ 1 & 2 & 4 & 5 \\ 3 & 1 & 3 & 16 \end{pmatrix}$$

a) Avgjør om noen av vektorene kan skrives som en lineærkombinasjon av de andre vektorene. Skriv i så fall ned et slikt uttrykk.

b) Regn ut $\det(A^T A)$.