Fagoppgave	MET 11806 Matematikk for siviløkonomer
Innleveringsfrist	21. mars 2022 kl 1200

Oppgavesettet er på to sider. Alle underpunkter vektes likt. Bestått krever minst 60% score. **Alle svar skal begrunnes. Det blir lagt vekt på at framgangsmåte og resultat presenteres klart, presist og kortfattet når besvarelsen evalueres.** Oppgaven skal leveres digitalt, som én pdf-fil.

Oppgave 1.
Regn ut:

a) $\int_0^1 12x^2 + 3\sqrt{x}\, dx$ b) $\int_1^2 9\sqrt{x}\ln x\, dx$ c) $\int_3^\infty \frac{6}{x^2-1}\, dx$ d) $\int_0^\infty \frac{1}{\sqrt{x}+1}\, dx$

Oppgave 2.
Regn ut de ubestemte integralene:

a) $\int \frac{x+9}{x^2-3x-10}\, dx$ b) $\int \frac{\ln(x-1)}{x^2}\, dx$ c) $\int \frac{1}{e^x+1}\, dx$

Oppgave 3.
La E være ellipsen med symmetri-linjer $x = 2$ og $y = 1$ som går gjennom punktene (5,1) og (2,3), og la H være hyperbelen som går gjennom punktet (2,3) og som har $x = -1$ og $y = -1$ som asymptoter.

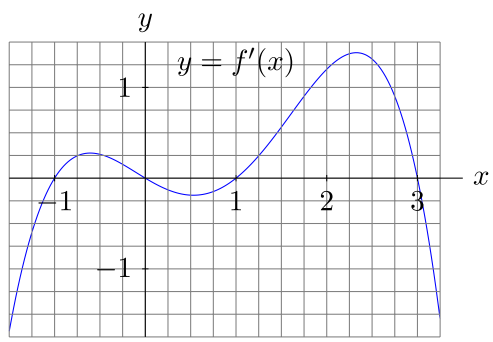
a) Finn likningen til ellipsen E og til hyperbelen H.

b) Lag en figur som viser E, H, og området R i første kvadrant begrenset av E og H, og regn ut arealet av området R. Du kan bruke at arealet av en ellipse med halvakser $a,b > 0$ er gitt ved πab.

Oppgave 4.
La $f(x)$ være netto kontantstrøm etter x år (i millioner kroner per år) ved utleie av en eiendom. Vi regner dette som en kontinuerlig kontantstrøm, og bruker kontinuerlig diskontering med diskonteringsrente $r = 10\%$ når vi regner nåverdi. Finn samlet nåverdien av leien i løpet av de første 10 årene når

a) $f(x) = 100 + 4x$ b) $f(x) = 100 \cdot 1.04^x$

Oppgave 5.
Grafen til $f'(x)$ er gitt i figuren nedenfor. Bruk figuren til å finne det globale maksimumspunktet $x = a$ til funksjonen f, hvis det eksisterer. Estimer verdien til integralet $\int_0^3 f'(x)\, dx$.



Oppgave 6.
Bruk Gauss-eliminasjon til å løse de lineære systemene. Vis elementære radoperasjoner, marker pivotposisjonene i trappeformen, og angi antall løsninger.

$$a)\quad \begin{array}{rcrcrcr} x & + & 2y & - & z & = & 3 \\ 5x & + & 8y & - & 2z & = & 23 \\ 2x & + & 6y & - & 5z & = & 6 \\ 4x & + & 4y & + & 2z & = & 21 \end{array} \qquad b)\quad \begin{array}{rcrcrcrcr} x & + & 2y & + & 4z & + & w & = & 11 \\ 2x & + & 5y & + & 4z & - & 3w & = & 18 \\ 4x & + & 8y & + & 12z & & & = & 28 \end{array}$$

Oppgave 7.
Regn ut determinanten $|A|$, og avgjør når $|A| = 0$:

a) $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 4 \\ 3 & 2 & 1 \\ 1 & a & 7 \end{pmatrix}$ b) $A = \begin{pmatrix} 0 & s & 1 \\ s & 0 & 1 \\ 1 & 1 & s \end{pmatrix}$ c) $A = \begin{pmatrix} 1 & t & 0 & 0 \\ t & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & t & 8 \\ 0 & 0 & 2 & t \end{pmatrix}$

Oppgave 8.
La $\mathbf{v}_1 = (1{,}3{,}2{,}4)$, $\mathbf{v}_2 = (2{,}5{,}6{,}7)$, og $\mathbf{v}_3 = (5{,}11{,}4{,}9)$.

a) Avgjør om vektoren $\mathbf{w} = (3{,}4{,}6{,}2)$ er en lineær-kombinasjon av de tre vektorene $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3$.

b) Bestem all vektorer som er lineær-kombinasjoner av de tre vektorene $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3$.

Oppgave 9.
Det lineære systemet $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ er gitt ved

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 7 & a \\ 2 & 5 & 3 \\ 5 & a & 35 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{x} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} -8 \\ 4 \\ -144 \end{pmatrix}$$

der a er en parameter.

a) Finn A^{-1} når $a = 0$.

b) Bestem alle verdier av a slik at $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ har en entydig løsning.

c) Finn alle løsninger av det lineære systemet i de tilfellene hvor det er uendelig mange løsninger.

d) Finn z-koordinaten til løsningen (x,y,z) i de tilfellene hvor systemet har en entydig løsning.

Oppgave 10.
Løs matriselikningen for X:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$$