

Oppgavesettet er på to sider. Alle underpunkter vektet likt. Bestått krever minst 60% score. **Alle svar skal begrunnes. Det blir lagt vekt på at framgangsmåte og resultat presenteres klart, presist og kortfattet når besvarelsen evalueres.** Oppgaven skal leveres digitalt, som én pdf-fil.

Oppgave 1.

Regn ut de ubestemte integralene:

a) $\int 15\sqrt{x} \, dx$ b) $\int \frac{2}{x^2} \, dx$ c) $\int 2x(1 - 6x^2) \, dx$ d) $\int 12(1 - x)^5 \, dx$

Oppgave 2.

Regn ut de ubestemte integralene:

a) $\int \frac{e^x}{1 - e^x} \, dx$ b) $\int \frac{1 - x}{1 - 4x^2} \, dx$ c) $\int \frac{3(\ln x)^2}{x} \, dx$ d) $\int 6x^2 e^{-x\sqrt{x}} \, dx$

Oppgave 3.

La E være ellipsen med symmetri-linjer $x = 2$ og $y = 1$ som går gjennom punktene $(5,1)$ og $(2,3)$, og la H være hyperbelen som går gjennom punktet $(2,3)$ og som har $x = -1$ og $y = -1$ som asymptoter.

- Finn likningen til ellipsen E og til hyperbelen H .
- Lag en figur som viser E , H , og området S begrenset av E , H og $x = 2$, og regn ut arealet av området S . Du kan bruke at arealet av en ellipse med halvaksler $a, b > 0$ er gitt ved πab .

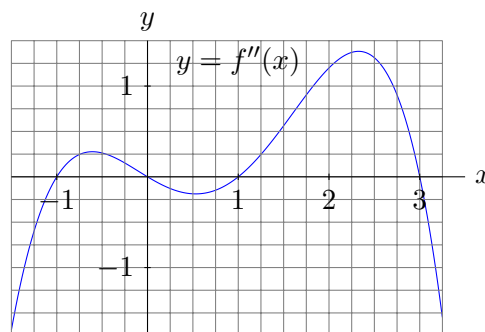
Oppgave 4.

La $f(x)$ være netto kontantstrøm etter x år (i millioner kroner per år) ved utleie av en eiendom. Vi regner dette som en kontinuerlig kontantstrøm, og bruker kontinuerlig diskontering med diskontoreringsrente $r = 10\%$ når vi regner nåverdi. Finn samlet nåverdien av leien i løpet av de første 10 årene når

- $f(x) = 100 + 4x$
- $f(x) = 100 \cdot 1.04^x$

Oppgave 5.

Grafen til $f''(x)$ er gitt i figuren nedenfor. Bruk figuren til å estimere verdien til integralet $\int_0^3 f''(x) \, dx$. Hva kan du si om $f'(0)$ og $f'(3)$?



Oppgave 6.

Bruk Gauss-eliminasjon til å løse de lineære systemene. Vis elementære radoperasjoner, marker pivotposisjonene i trappeformen, og angi antall løsninger.

$$a) \begin{array}{rclcl} x & + & 2y & - & z & = & 3 \\ 5x & + & 8y & - & 2z & = & 23 \\ 2x & + & 6y & - & 5z & = & 6 \\ 6x & + & 10y & - & 3z & = & 27 \end{array}$$

$$b) \begin{array}{rclclcl} x & + & 2y & + & 4z & + & w & = & 11 \\ 2x & + & 5y & + & 4z & - & 3w & = & 18 \\ 2x & + & 3y & + & 8z & + & 3w & = & 10 \end{array}$$

Oppgave 7.

Regn ut determinanten $|A|$, og avgjør når $|A| = 0$:

$$a) A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -3 \\ 3 & 2 & 1 \\ 1 & a & 7 \end{pmatrix}$$

$$b) A = \begin{pmatrix} s & s & 2 \\ s & -s & 0 \\ 1 & 1 & s \end{pmatrix}$$

$$c) A = \begin{pmatrix} 1 & t & 0 & 0 \\ t & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & t & 1 \\ 0 & 0 & 8 & t \end{pmatrix}$$

Oppgave 8.

La $\mathbf{v}_1 = (1,3,2,4)$, $\mathbf{v}_2 = (2,5,6,7)$, og $\mathbf{v}_3 = (3,6, -2,2)$.

- Avgjør om vektoren $\mathbf{w} = (1,1,4,1)$ er en lineær-kombinasjon av de tre vektorene $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3$.
- Bestem all vektorer som er lineær-kombinasjoner av de tre vektorene $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3$.

Oppgave 9.

Det lineære systemet $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ er gitt ved

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 3 \\ 3 & 7 & a \\ 5 & a & 35 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{x} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 4 \\ -8 \\ -144 \end{pmatrix}$$

der a er en parameter.

- Finn A^{-1} når $a = 0$.
- Bestem alle verdier av a slik at $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ har en entydig løsning.
- Finn alle løsninger av det lineære systemet i de tilfellene hvor det er uendelig mange løsninger.
- Finn z -koordinaten til løsningen (x,y,z) i de tilfellene hvor systemet har en entydig løsning.