EKSAMENSOPPGAVE - Hjemmeeksamen

MET 01801
Matematikk for siviløkonomer

Institutt for Samfunnsøkonomi

Utlevering:	19.06.2020	Kl. 09.00
Innlevering:	19.06.2020	Kl. 16.00

Vekt:	100% av MET 0180
Antall sider i oppgaven:	4 inkl. forsiden
Antall vedleggsfiler til oppgaven:	0
Oppgaven besvares:	Individuelt

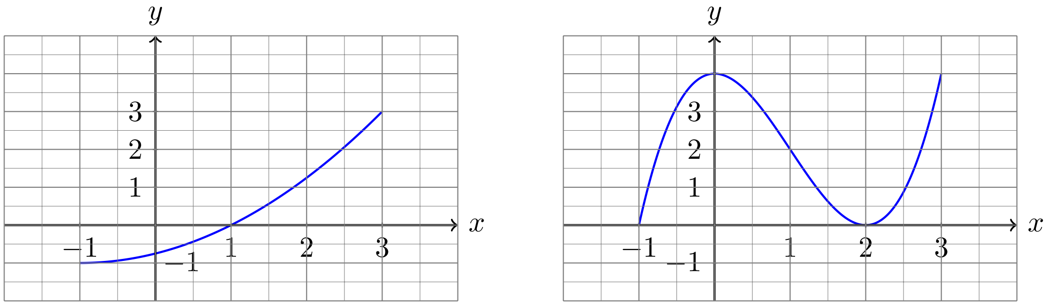
Lengde på besvarelse:	Ingen begrensning. ekskl. vedlegg
Maks. ant. vedleggsfiler til besvarelsen:	0
Tillatte filtyper for besvarelse:	pdf

Eksamen	MET 1180 Matematikk for siviløkonomer
Dato	19. juni 2020 kl 0900 - 1600

Følgende gjelder for denne eksamensoppgaven:
a) Besvarelsen skal leveres individuelt. Samarbeid med andre er ikke tillatt og er å anse som fusk.
b) Alle besvarelser gjennomgår automatisk plagiatsjekk. Studenter kan også kalles inn til muntlig høring som etterprøving/kontroll av innleveringsoppgaven.
c) Besvarelsene skal skrives for hånd. Alle svar skal begrunnes ut i fra teorien i kurset, og begrunnelsene er spesielt viktige siden dette er en hjemme-eksamen.
NB, du må påføre ID nummer (7 siffer) øverst til høyre på alle svararkene.

Oppgave 1.
Funksjonene f og g har definisjonsområde $[-1{,}3]$, og grafene til de deriverte funksjonene $f'(x)$ og $g'(x)$ er vist i Figur 1.

a) Finn stigningstallet til tangenten for funksjonene f og g i $x = 1$.
b) Finn x-koordinatene til minimumspunktene for funksjonene f og g.
c) Avgjør om funksjonene f og g har omvendte funksjoner.



FIGUR 1. Grafen til $y = f'(x)$ til venstre og $y = g'(x)$ til høyre

Oppgave 2.
Vi betrakter det lineære systemet $A \cdot \mathbf{x} = \mathbf{b}$, hvor

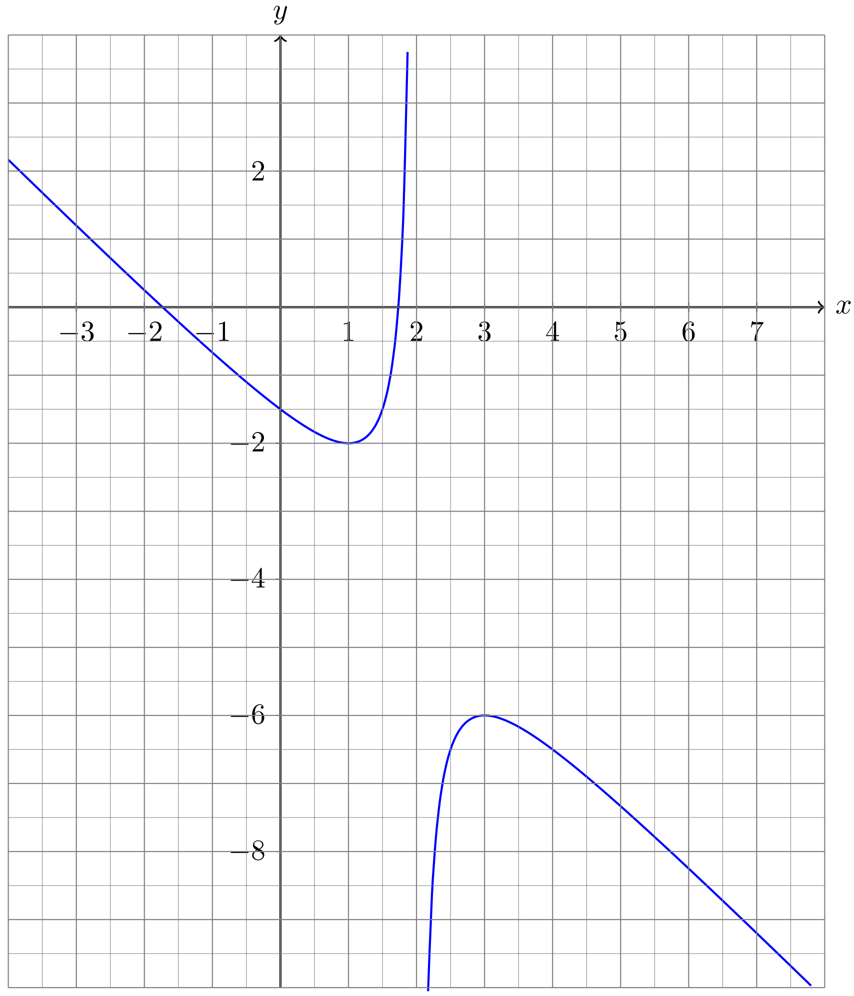
$$A = \begin{pmatrix} 3 & a & -2 \\ a & a^2+1 & -a \\ -2 & -a & 3 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{x} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

og a er en parameter.

a) Løs det lineære systemet ved Gauss-eliminasjon for $a = 2$. Vis alle radoperasjoner.
b) Regn ut $\det(A)$, og bestem alle verdier av a slik at $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ har nøyaktig én løsning.
c) Finn A^{-1} når $a = 0$.
d) Bestem verdien av $A^n \cdot \mathbf{b}$ når n er et stort heltall og $a = 2$.

Oppgave 3.
Den rasjonale funksjonen f er gitt ved funksjonsuttrykket $f(x) = Q(x)/L(x)$, hvor $Q(x)$ er et andregradsuttrykk og $L(x)$ er et lineært uttrykk. Grafen til f er vist i Figur 2.

a) Finn asymptotene til f.
b) Finn funksjonsuttrykket til f, og regn ut $f'(x)$.
c) Avgjør om f har globale maksima eller minima.



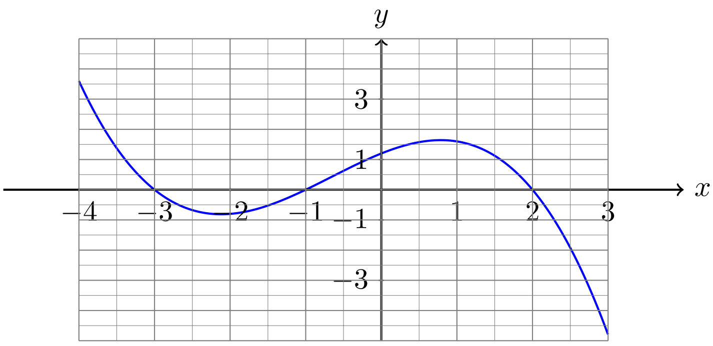
FIGUR 2. Grafen til $y = f(x)$

Oppgave 4.
Regn ut disse integralene. Vis hvilke integrasjonsregler du bruker.

a) $\displaystyle\int x(1-x)^2\,\mathrm{d}x$ b) $\displaystyle\int \frac{x}{1-x^2}\,\mathrm{d}x$ c) $\displaystyle\int \frac{x}{(1-\sqrt{x})^2}\,\mathrm{d}x$

Funksjonen f er definert for $-4 \leq x \leq 3$ og har grafen vist i Figur 3.

d) Hvilken verdi av a gir størst verdi for det bestemte integralet $\displaystyle\int_{-4}^{a} f(x)\,\mathrm{d}x$?



FIGUR 3. Grafen til $y = f(x)$

Oppgave 5.
Vi ser på funksjonen $f(x) = xe^x$.

a) Forklar hvorfor likningen $f(x) = -1$ ikke har noen løsninger.

b) La $W = f^{-1}$ være den omvendte funksjonen til $f(x) = xe^x$, $x \geq -1$. Avgjør om W er en voksende eller avtagende funksjon.

Oppgave 6.
Kurven C i xy-planet er gitt ved likningen $4x^2 - 24x + t^2y^2 = 64$ der t er en parameter.

a) Vis at C er en ellipse når $t \neq 0$, og skisser kurven C for passende verdier av t.

b) Finn de stasjonære punktene til $f(x,y) = xy$ og klassifiser disse punktene.

c) Løs $\max f(x,y) = xy$ når $4x^2 - 24x + 16y^2 = 64$ ved hjelp av Lagranges metode.

d) Vis passende nivåkurver for $f(x,y) = xy$ i samme figur som ellipsen $4x^2 - 24x + 16y^2 = 64$, og forklar sammenhengen mellom disse kurvene og løsningen av Lagrangeproblemet.