

MET 01801

Matematikk for siviløkonomer

Institutt for Samfunnsøkonomi

Utlevering: 02.06.2021 Kl. 10.00

Innlevering: 02.06.2021 Kl. 15.15

Vekt: 100% av MET 0180

Antall sider i oppgaven: 3 inkl. forsiden

Antall vedleggsfiler til oppgaven: 0

Oppgaven besvares: Individuelt

Lengde på besvarelse: Ingen begrensning. ekskl. vedlegg

Maks. ant. vedleggsfiler til besvarelsen: 0

Tillatte filtyper for besvarelse: pdf

Kontinuasjonstype: Ordinær

Eksamensoppgaven består av 15 deloppgaver, og 2 bonusoppgaver (som det ikke er nødvendig å besvare). Alle svar skal begrunnes, og begrunnelsene skal være basert på teorien i kurset.

- **Besvarelsen skal leveres inn som en PDF-fil, og den skal være skrevet for hånd.**
- Besvarelsen skal leveres individuelt. Samarbeid med andre er ikke tillatt og er å anse som fusk.
- Alle besvarelser gjennomgår automatisk plagiatsjekk. Studenter kan også kalles inn til muntlig høring som etterprøving/kontroll av innleveringsoppgaven.

Oppgave 1.

Vi ser på funksjonen $f(x) = 2\sqrt{x}\ln(x) - 4\sqrt{x}$.

- (6p) Regn ut $f'(x)$, og skriv svaret på formen $f'(x) = (c\ln(x) + d)/\sqrt{x}$.
- (6p) Bestem grenseverdiene til $f(x)$ når $x \rightarrow \infty$ og når $x \rightarrow 0^+$.
- (6p) Bestem antall løsninger av likningen $f(x) = a$ for alle verdier av a .

Oppgave 2.

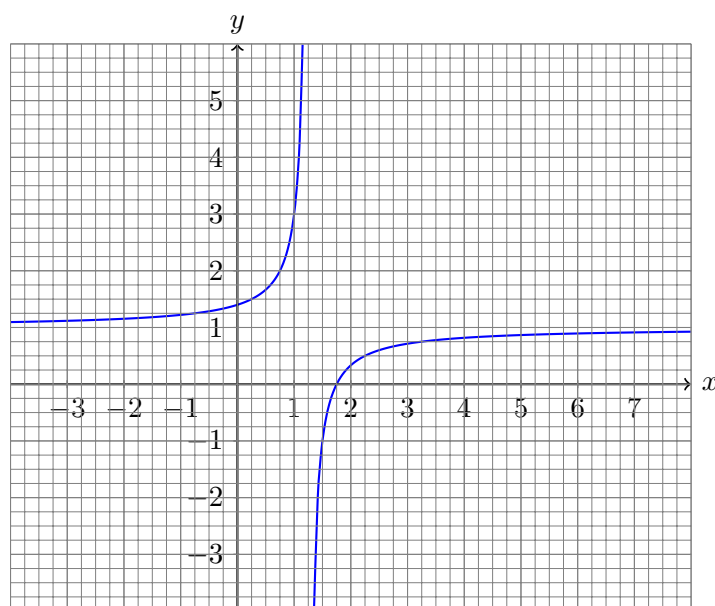
Regn ut disse ubestemte integralene:

a) (6p) $\int \frac{3-7x}{9-x^2} dx$ b) (6p) $\int 15x \cdot \sqrt{x+1} dx$ c) (6p) $\int \frac{3\sqrt{\ln x}}{x} dx$

Oppgave 3.

La f være en funksjon slik at grafen til $f'(x)$ er hyperbelen vist i Figur 1.

- (6p) Bestem asymptotene og funksjonsuttrykket til den deriverte funksjonen f' .
- (6p) Estimer verdien av $f(3) - f(2)$ ved å bruke figuren.
- (6p) Bestem $f(3) - f(2)$ ved å bruke funksjonsuttrykket til f' .



FIGUR 1. Grafen til $f'(x)$

Oppgave 4.

La matrisen A og vektorene \mathbf{x} og \mathbf{b} være gitt ved

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 5 \\ 7 & 2 & 11 \\ 5 & 1 & 6 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{x} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} r \\ s \\ t \end{pmatrix}$$

- (a) **(6p)** Regn ut $|A|$, og bestem A^{-1} .
- (b) **(6p)** Løs det lineære systemet $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ når $r = 24$, $s = -20$, og $t = -6$.
- (c) **(6p)** Bestem alle vektorer \mathbf{b} slik at $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ har løsninger som oppfyller $x + y + z = 9$.

Oppgave 5.

(6p) Finn maksimums- og minimumsverdien i optimeringsproblemet

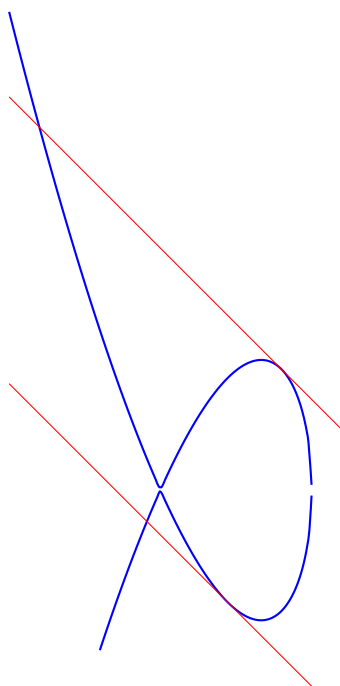
$$\max / \min f(x,y) = \sqrt{xy} - x \text{ når } 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1$$

Oppgave 6.

Vi ser på kurven C i xy -planet gitt ved likningen $y^2 = 5x^2 - x^3$, og Lagrangeproblemet

$$\max f(x,y) = x + y \text{ når } y^2 = 5x^2 - x^3$$

- (a) **(6p)** Bestem punktene $(x,y) \neq (0,0)$ på kurven C der tangentlinjen har stigningstall -1 .
- (b) **(6p)** Finn alle punkt $(x,y; \lambda)$ som oppfyller Lagrange-betingelsene.
- (c) **Bonus** Finnes det et maksimum i Lagrangeproblemet?



Oppgave 7.

Bonus

Finn et polynom $p(x)$ med $x = \sqrt[3]{7 + \sqrt{50}} + \sqrt[3]{7 - \sqrt{50}}$ som nullpunkt, og bruk dette til å skrive x så enkelt som mulig.