

Veiledningsoppgaver

Oppgave 1.

En rekke leger blir presentert for følgende informasjon i forbindelse med en mammografisk undersøkelse:

- Uten spesifikk informasjon, er sannsynligheten for at en kvinne (av samme alder og generelle helse som den undersøkte kvinnen) har brystkreft 1%.
- Hvis kvinnen har brystkreft, er sannsynligheten for at radiologen vil komme til denne konklusjonen 80%.
- Hvis kvinnen har en godartet svulst (ikke brystkreft), er sannsynlighet for at radiologen feilaktig gir diagnosen brystkreft 10%.

Uten å regne på det, tror du at sannsynligheten for at kvinnen har brystkreft, gitt at mammografien er positiv (diagnosen er brystkreft), er over eller under 50%? Regn så ut denne betingede sannsynligheten.

Oppgave 2.

Vi kaster en fair mynt tre ganger. Hva er sannsynlighet for å få kron minst to ganger, gitt at det blir kron minst én gang? Hva er sannsynligheten for å få kron minst to ganger, gitt at det blir mynt minst én gang?

Oppgave 3.

Du kaster to vanlige terninger. Hendelse A er at summen av det terningene viser er syv, og hendelse B er at minst en av terningene viser seks. Regn ut:

- | | | | |
|-------------|---------------|------------------|----------------------|
| a) $p(A)$ | b) $p(B)$ | c) $p(A \cap B)$ | d) $p(A B)$ |
| e) $p(B A)$ | f) $p(A^c B)$ | g) $p(B^c A)$ | h) $p(A^c \cap B^c)$ |

Oppgave 4.

Du kaster to vanlige terninger. Hendelse A er at summen av det terningene viser er syv, hendelse B er at minst en av terningene viser seks, og hendelse C er at differansen mellom høyeste og laveste terning er 3.

- | | | |
|------------------------------|------------------------------|------------------------------|
| a) Er A og B uavhengige? | b) Er B og C uavhengige? | c) Er A og C uavhengige? |
|------------------------------|------------------------------|------------------------------|

Oppgave 5.

Hva er koeffisienten til x^3y^4 når vi multipliserer ut og trekker sammen $(x + y)^7$? Skriv ut $(x + y)^7$ ved å bruke Newton's binomialformel.

Oppgave 6.

Vis følgende formler:

- | | | | |
|-----------------------|-----------------------|------------------------------------|-------------------------------------------------------|
| a) $\binom{n}{0} = 1$ | b) $\binom{n}{1} = n$ | c) $\binom{n}{r} = \binom{n}{n-r}$ | d) $\binom{n-1}{r} + \binom{n-1}{r-1} = \binom{n}{r}$ |
|-----------------------|-----------------------|------------------------------------|-------------------------------------------------------|

Oppgave 7.

Anta at A og B er uavhengige hendelser. Uttrykk $p(A^c \cap B^c)$ ved $p(A)$ og $p(B)$. Er A^c og B^c uavhengige?

Oppgave 8.

Addisjonsregelen for uavhengige hendelser kan skrives

$$p(A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n) = 1 - p(A_1^c) \cdot p(A_2^c) \cdot \dots \cdot p(A_n^c)$$

når hendelsene A_1, A_2, \dots, A_n er uavhengige. Vis denne addisjonsregelen når $n = 2$ og $n = 3$.

Oppgave 9.

I influensasasjonen antar vi at sannsynligheten for å bli smittet med influensa er $1/200$ hver gang du er i nær kontakt med en person på bussen. Hvis vi antar at disse hendelsene er uavhengige, hva er sannsynligheten for å bli smittet med influensa etter at du har vært i nær kontakt med

- a) 10 personer b) 100 personer c) 200 personer d) n personer

Oppgave 10.

Vis Bonferroni's ulikhet: $p(A \cap B) \geq p(A) + p(B) - 1$ for alle hendelser A, B .

Oppgave 11.

Oppgaver fra læreboken [L]: 3.9, 3.15, 3.17, 3.18, 3.32

Svar på veiledningsoppgaver**Oppgave 1.**

$$8/107 \approx 0.075 = 7.5\%$$

Oppgave 2.

$$4/7 \text{ og } 3/7$$

Oppgave 3.

- a) $1/6$ b) $11/36$ c) $2/36$ d) $2/11$ e) $1/3$ f) $9/11$ g) $2/3$ h) $7/12$

Oppgave 4.

- a) Nei b) Nei c) Nei

Oppgave 5.

$$\binom{7}{3} = 35, (x + y)^7 = x^7 + 7x^6y + 21x^5y^2 + 35x^4y^3 + 35x^3y^4 + 21x^2y^5 + 7xy^6 + y^7$$

Oppgave 7.

$$1 - p(A) - p(B) + p(A) \cdot p(B) = (1 - p(A))(1 - p(B)), \text{ de er uavhengige}$$

Oppgave 9.

- a) 4.9% b) 39.4% c) 63.3% d) $1 - (199/200)^n$

Oppgave 11.

Fasit finnes i læreboken (Appendiks D).